

Base

# Testes Clássicos

Os testes clássicos estatísticos estão inseridos no escopo da estatística frequentista ou inferência frequentista. Nessa abordagem a inferência é baseada na frequência ou proporção dos dados amostrados. A maior parte dos testes frequentistas clássicos foi desenvolvida independentemente para a solução de problemas distintos. Por isso, não há uma unificação analítica completa, que só aconteceu posteriormente com a integração oferecida pelos modelos lineares, como veremos nas próximas aulas. Nos testes clássicos a aplicação é definida basicamente pela natureza das variáveis resposta (dependente) e preditora (independente) e pela hipótese estatística subjacente.

## Principais testes clássicos frequentistas

A tabela abaixo apresenta os principais testes clássicos frequentistas e sua aplicação com relação às variáveis preditoras e resposta e à hipótese estatística subjacente.

Tipo de Variável		Estatística Clássica	
Resposta	Preditora	Teste	Hipótese
Categórica	Categórica	Qui-quadrado	independência
Contínua	Categórica (2 níveis)	Teste t	$\mu_1 = \mu_2$
Contínua	Categórica	Anova	$\mu_1 = \mu_2 = \mu_n$
Contínua	1 Contínua	Regressão	$\beta_1 = 0$
Contínua	>1 Contínua	Reg. múltipla	$\beta_1 = 0 ; \beta_n = 0$
Contínua	Cont + Categ	Ancova	$\beta_1 = \beta_2 ; \alpha_1 = \alpha_2$
Proporção	Contínua	Reg. Logística	$logit(\beta_1) = 1$

# Anova

Na aula sobre [teste de hipótese](#) utilizamos técnicas de Monte Carlo para testar a hipótese de que duas médias são distintas, ou que uma é maior/menor que outra, tanto no exemplo do [Tutorial Árvores do Mangue](#), quanto no exercício [Altura dos alunos](#). Em ambos os casos estávamos comparando médias de dois grupos distintos, por exemplo, dois tipos de solos no mangue ou gênero dos alunos. O nosso procedimento foi análogo ao teste frequentista **t de Student**, mas a forma de obter o **p-valor** foi diferente. Nos procedimentos anteriores, simulamos o cenário nulo e comparamos o valor observado (diferença das médias) com a distribuição de probabilidades obtidas por meio

dessa simulação. Na abordagem clássica do teste frequentista **t de Student**, o valor observado (diferença das médias) é comparado com uma distribuição estatística **t** conhecida previamente, que foi desenvolvida pelo matemático William Gosset.

Caso não esteja confortável com o procedimento de simulação do cenário nulo e consequente obtenção do **p-valor**, refaça o tutorial [teste de hipótese](#). No procedimento apresentado está a lógica básica por trás da maioria dos testes de hipótese clássicos.

A *Análise de Variância* ( **ANOVA** ) é uma generalização do teste **t de Student**, desenvolvida por [Ronald Fisher](#) há mais de 100 anos (1918). Apesar de idoso, é um teste muito popular, talvez o mais utilizado em ciências naturais. A hipótese subjacente da ANOVA é de diferença entre as médias de 2 ou mais grupos. O procedimento para o cálculo da estatística da ANOVA, chamada de **F**, está associado à partição da variância dos dados, por isso o nome. Uma maneira clássica de apresentar o resultado do teste de **ANOVA** é a chamada **tabela de ANOVA**. Essa tabela será utilizada para avaliarmos outros modelos também, por isso é importante entender o que ela nos diz.

## Partição da Variância

O teste de ANOVA está baseado na premissa de que os efeitos entre os grupos são aditivos e com isso é possível particionar a variação dos dados na porção que é associada aos grupos e a que representa a variação não explicada (resíduos ou erros). A soma destas variações resultam na variação total associada aos dados.

Para exemplificar a partição da variância associada à ANOVA, vamos usar o exemplo de dados de colheita de um cultivar em diferentes tipos de solos, apresentado no livro de Robert Crawley, [The R Book](#), como segue abaixo:

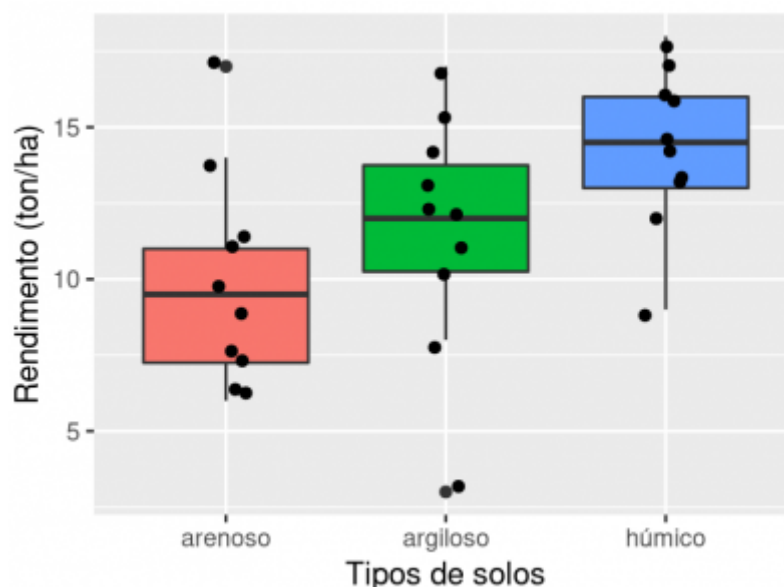
### Tradução livre da descrição do livro “*The R Book*” ([Crawley, 2007](#))



Robert  
Crawley

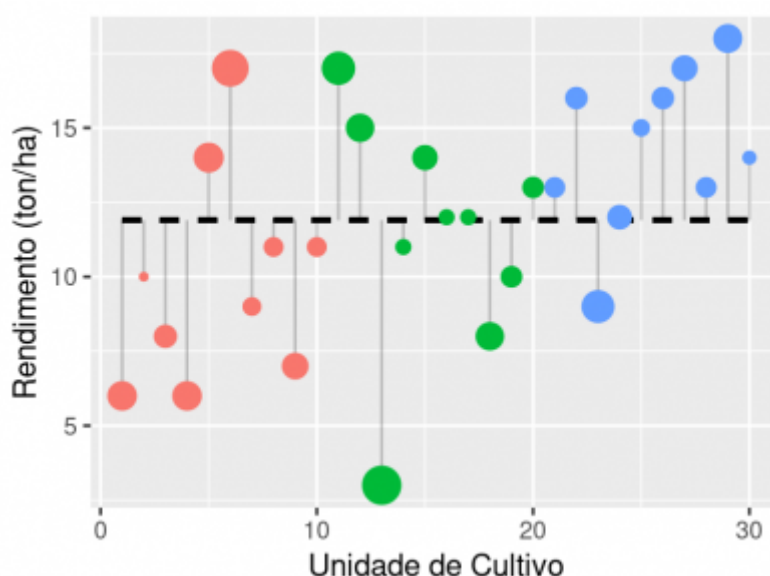
“... a melhor forma de entender o que está acontecendo é trabalharmos um exemplo. Temos um experimento em que a produção agrícola por unidade de área é medida em 10 campos de cultivo selecionados aleatoriamente de cada um de três tipos diferentes de solo. Todos os campos foram semeados com a mesma variedade de semente e manejados com as mesmas técnicas (fertilizantes, controle de pragas). O objetivo é verificar se o tipo de solo afeta significativamente o rendimento de culturas, e caso afete, quanto.”<sup>1)</sup>

A representação gráfica desses dados pode ser feita em um boxplot.



É possível notar que há uma grande variação na produtividade entre os solos e também muita variação dentro de um mesmo tipo de solo. Para ter alguma confiança para afirmar que o solo influencia a produtividade, podemos nos basear na variação dos dados e na partição em seus componentes, ou seja, dentro de cada grupo (ou intra grupo) e entre os grupos do tratamento (tipos de solos). Primeiro vamos definir o que é a variação total dos dados.

## Variação total

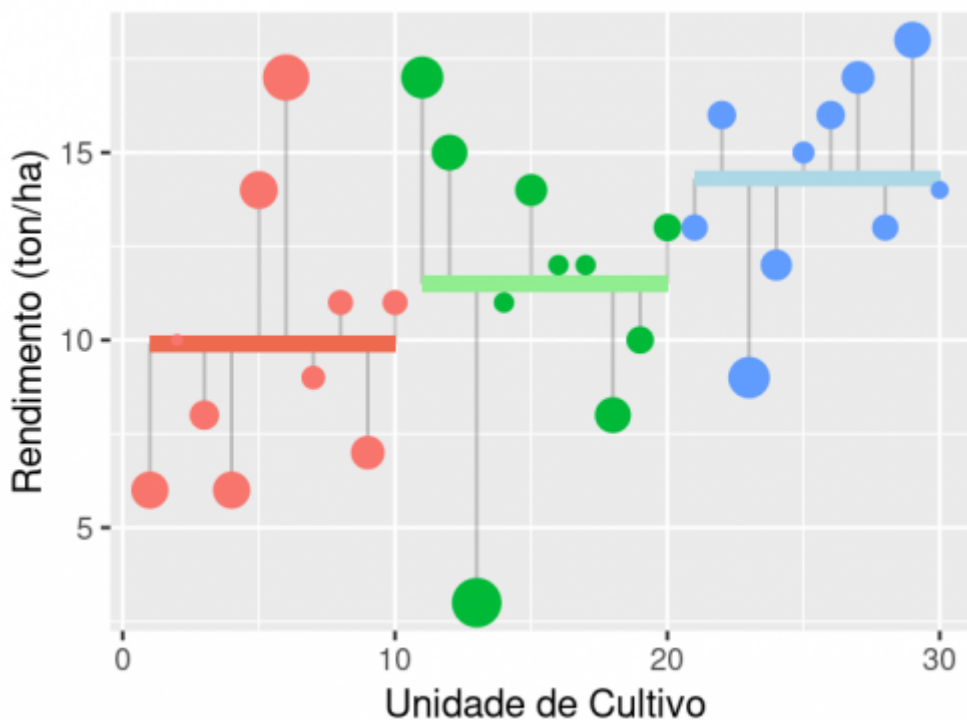


A variação total dos dados é baseada nos desvios das observações em relação à grande média. No gráfico esta variação é representada pelos segmentos verticais coloridos. A grande média é definida como a média de produtividade de todos os campos de cultivo ( $n=30$ ), independente do tipo de solo, e é representada pela linha preta horizontal tracejada.

Medimos essa variação total pela soma quadrática que, nada mais é do que os valores dos desvios dos dados em relação à grande média (segmentos verticais no gráfico) elevados ao quadrado e posteriormente somados.

$$SQ_{\text{"total"}} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y})^2$$

## Variação intra grupo



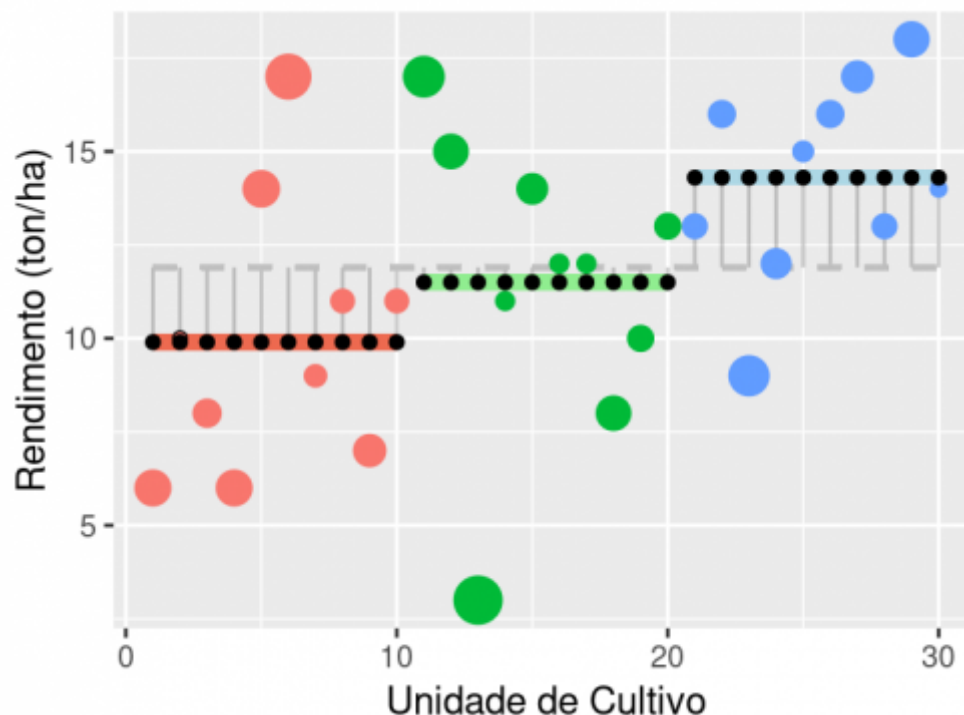
A variação intra grupo é a variação que não está relacionada ao efeito do tratamento (no caso, os tipos de solo). Essa variação é baseada nos desvios dos valores observados em relação à média do nível de tratamento (tipo de solo ou grupo), que na figura acima estão representados pelas barras cinza verticais.

Mais à frente iremos chamar esses **desvios** de **resíduos** e muitos estatísticos também os chamam de **erro**. Não se assustem, eles significam a mesma coisa e causam confusão, mesmo. Para resumir, estamos falando da variação não explicada pelos tratamentos.

Para quantificar essa variação utilizamos a soma quadrática intra grupo, obtida a partir desses valores de desvios<sup>2)</sup>, ou seja, a diferença entre cada valor observado em relação à média do seu grupo, elevada ao quadrado e posteriormente somadas.

$$SQ_{\text{"intra"}} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

## Variação entre grupos



Por fim, temos a variação entre os grupos. Essa variação está diretamente relacionada ao efeito dos níveis do nosso tratamento, que no caso são os tipos de solo. Ou seja, quanto maior o efeito do tipo de solo na produtividade, maior será essa variação. Ela é definida pelos desvios das médias dos grupos em relação à grande média (segmentos verticais cinzas). Essa variação pode ser representada substituindo cada valor observado (círculos coloridos) pela média do seu grupo (círculos pretos). Os desvios desses valores médios dos grupos em relação à grande média, elevado ao quadrado e somados, representam a soma quadrática entre grupos.

$$SQ_{\text{"entre"}} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (\bar{y}_{\{i\}} - \bar{\bar{y}})^2$$

## Variação aditiva

Acabamos de particionar a variação dos dados de um teste de ANOVA em seus componentes básicos: a variação entre e intra grupos. Uma característica importante dessa partição é que suas partes são aditivas, ou seja, a variação total é a soma da intra e entre grupos.

$$SQ_{\text{"total"}} = SQ_{\text{"entre"}} + SQ_{\text{"intra"}}$$

## Estatística F

A grande sacada de Sir Fisher foi entender que essa partição da variância aditiva pode ser utilizada para compor uma estatística que representa o quanto a variação do efeito do tratamento é maior que

a variação não explicada pelo tratamento. A estatística F é definida pela razão do valor médio da variação entre grupos e o valor médio da variação intra grupos.

Os valores médios de variação (variância) são calculados dividindo as somas quadráticas pelos graus de liberdade. No caso da variação entre grupos do nosso exemplo o total de graus de liberdades é igual ao número de grupos no tratamento menos 1 (em função do parâmetro média geral usado para o seu cálculo). Na variação intra grupos o total de graus de liberdade é igual ao número de observações (30 valores usados para o seu cálculo) menos 3 (número de parâmetros utilizados para o seu cálculo, as médias dos grupos).

$$MQ_{\text{"entre"}} = \frac{SQ_{\text{"entre"}}}{gl_1}$$

$$MQ_{\text{"intra"}} = \frac{SQ_{\text{"intra"}}}{gl_2}$$

$$F_{(gl_1, gl_2)} = \frac{MQ_{\text{"entre"}}}{MQ_{\text{"intra}}}$$

sendo:

- F: estatística F
- gl: graus de liberdade
- $gl_1$ : entre grupos
- $gl_2$ : intra grupos

A probabilidade de ocorrência de valores da estatística F sob um cenário nulo segue uma distribuição desenvolvida por Sir Ronald Fisher e por George Snedecor. Essa distribuição possui dois parâmetros, os graus de liberdade entre e intra grupos. Assim, para calcular o p-valor para um dado valor de F observado no nosso estudo, usamos os graus de liberdade entre grupos e os graus de liberdade intra grupos para consultarmos uma tabela de F ou utilizarmos algum programa que tenha essa distribuição definida.

## Coeficiente de determinação

Outra estatística muito utilizada baseada na partição de variação é o coeficiente de determinação, que define o quanto da variabilidade dos dados é explicado pelo fator de interesse, no nosso exemplo, os tipos de solos. O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) é calculado pela razão entre a variação explicada e a variação total dos dados.

$$R^2 = \frac{SQ_{\text{"entre"}}}{SQ_{\text{"entre"}} + SQ_{\text{"intra}}}$$

## Tabela de ANOVA

Para fixar esses conceitos vamos construir uma tabela de ANOVA em uma planilha de Excel ou LibreOffice.

- baixe o arquivo

[crop.xlsx](#)

- ;
- abra em uma planilha eletrônica;

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	solo	colheita	desvioTotal	desvioIntra	desvioEntre	dqTotal	dqIntra	dqEntre			medias				
2	are	6								are					
3	are	10								arg					
4	are	8								hum					
5	are	6								GERAL					
6	are	14													
7	are	17													
8	are	9													
9	are	11													
10	are	7													
11	are	11													
12	arg	17													
13	arg	15													
14	arg	3													
15	arg	11													
16	arg	14													
17	arg	12													
18	arg	12													
19	arg	8													
20	arg	10													
21	arg	13													
22	hum	13													
23	hum	16													
24	hum	9													
25	hum	12													
26	hum	15													
27	hum	16													
28	hum	17													
29	hum	13													
30	hum	18													
31	hum	14													
32															

- 1) a partir dos dados de produtividade (colheita) obtidos, calcule a média de cada grupo e a média geral e guarde nas células correspondentes à direita, na coluna K;
- 2) na coluna “desvioTotal” calcule o quanto cada observação desvia da média geral;
- 3) na coluna “desvioIntra” calcule o quanto cada observação desvia da média do seu grupo;
- 4) na coluna “desvioEntre” calcule, para cada observação, o quanto a média do seu grupo desvia da média geral;
- 5) nas colunas de desvio quadrático (**dq\***) correspondentes a cada coluna anterior, eleve ao quadrado cada um dos desvios calculados anteriormente.



- O que representam as somas das colunas (**dq\***)?

- 6) usando as orientações acima e as informações fornecidas na aula complete a tabela de ANOVA;
- 7) usando a dica abaixo, calcule o p-valor e insira na tabela de ANOVA;

### Como calcular o p-valor a partir do F



- A função **DIST.F** no Excel ou LibreOffice calcula o p-valor a partir

da estatística **F** e graus de liberdade;



- usualmente a função recebe o valor de **F**, seguido dos graus de liberdade entre e intra grupos;
- o resultado da função *DIST.F* é a probabilidade cumulativa;
- o p-valor é igual a 1 menos essa probabilidade.

- 8) a partir das dicas abaixo, repita o teste no Rcmdr e compare os resultados;

### **ANOVA no Rcmdr**



- importe os dados apenas com as colunas de dados brutos;
- o menu *Estatísticas* está separado em tipos de estatísticas e qual o parâmetro associado ao teste de hipótese estatístico;
- o nosso teste é sobre médias, portanto no sub-menu *Médias*;
- nele há a opção *ANOVA para um fator (one way)*...
- o resultado aparecerá na janela *Output*.

- 9) faça um gráfico que represente bem os dados;
- 10) interprete os resultados obtidos.

## **Exercício Anova**



### **Delphinus nuttallianum**

Vamos usar para esse exercício o exemplo do ótimo livro de estatística para ecólogos de Gotelli & Ellison (veja nossa lista de [leituras recomendadas](#)).

O experimento descrito analisou o efeito do degelo da primavera no crescimento e floração de uma planta alpina (*Delphinus nuttallianum*). Nesse experimento quatro parcelas foram mantidas sem nenhuma manipulação (unmanipulated), quatro foram aquecidas fazendo com que o degelo ocorresse antes do normal na primavera (treatment) e quatro foram manipuladas contendo toda a estrutura dos aquecedores, sem que estes fossem ligados (control). Os resultados do tempo de floração (dias) em cada parcela são apresentados abaixo:

Unmanipulated	Control	Treatment
10	9	12
12	11	13
12	11	15
13	12	16

- Organize esses dados em um planilha de forma que nas linhas estejam as observações e nas colunas as variáveis, no caso a resposta e preditora<sup>3)</sup>.



- Construa a tabela de ANOVA e calcule o  $R^2$  para esses dados em uma planilha eletrônica.

### **PARA ENTREGAR ANTES DO INÍCIO DA PRÓXIMA AULA:**

Inclua os seguintes produtos no formulário a seguir ou pelo [link do formulário](#)

1) Para os dados de solos e produtividade (Crawley, 2007):

- 1.1- a tabela de ANOVA completa gerada na planilha eletrônica;
- 1.2- a tabela de ANOVA resultante do teste no Rcmdr;
- 1.3- um gráfico para representar os resultados;
- 1.4- a interpretação dos resultados (máximo de 5 linhas).

2) Para os dados de *Delphinus nuttallianum*:

- 2.1- a tabela de ANOVA completa gerada em uma planilha eletrônica;
- 2.2- um gráfico para representar os resultados;
- 2.3- interpretação dos resultados desse experimento (máximo de 5 linhas)
- 2.4- a resposta para a seguinte questão: Por que o unmanipulated não é o controle para o tratamento que manipulou o degelo?(máximo 5 linhas)

# Regressão Linear Simples

## Análise de Resíduos de Regressão Linear

Quando realizamos uma análise mais aprofundada sobre a relação entre duas variáveis numéricas contínuas podemos ajustar uma reta que represente o melhor ajuste entre os dados e que possa nos ajudar a prever valores da variável resposta (eixo Y) a partir de valores da variável preditora (eixo X). Se o ajuste é uma reta, esse tipo de análise é chamado de **Análise de Regressão Linear**. A explicação detalhada sobre como funciona essa análise foi apresentada na aula sobre Análise de Regressão Linear. Alguns aspectos importantes que precisam ser lembrados para entendermos esse tutorial:

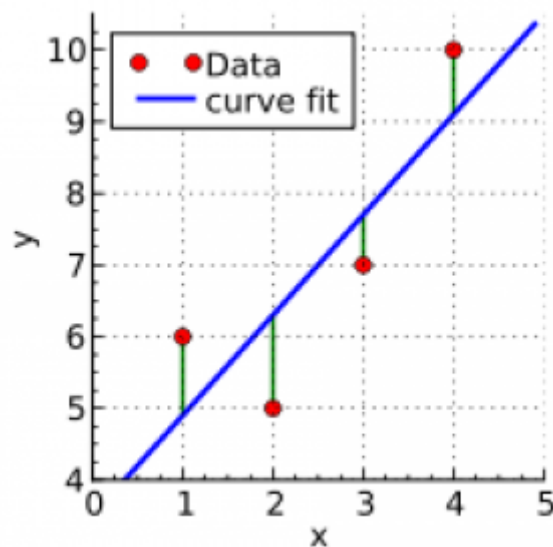
- A reta ajustada (também denominada “linha de regressão”) passa obrigatoriamente pelo ponto que representa a média da variável Y e a média da variável X.
- Os pontos das observações estarão distribuídos em torno dessa reta.
- A distância vertical (projetada no eixo Y) de cada ponto até a reta é chamada de **resíduo**, **desvio** ou **erro** daquele ponto.
- A linha de regressão é aquela que minimiza os resíduos (na verdade, **a soma dos quadrados dos resíduos**)

O objetivo desse tutorial é aprender a fazer uma análise de regressão linear e a avaliar a distribuição

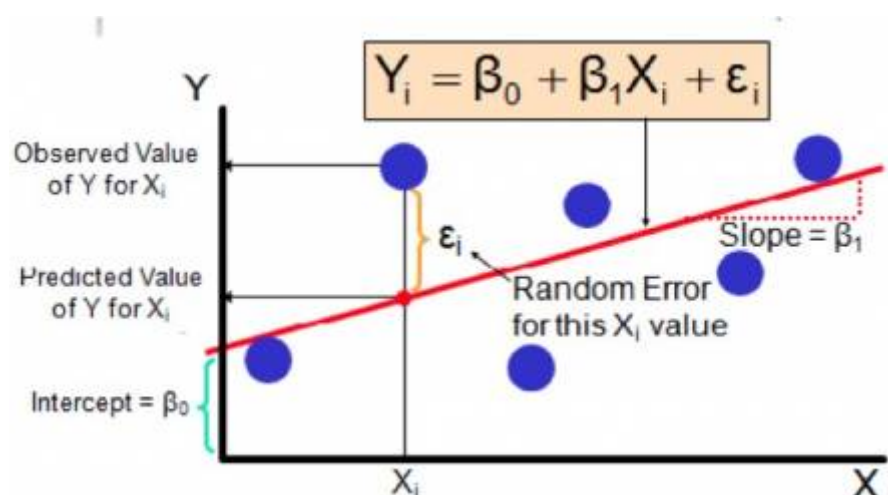
dos erros/resíduos, pois os modelos de regressão linear possuem importantes premissas relacionadas a eles.

## O que são os erros/resíduos e como calcular?

Os erros/resíduos indicam o quão longe os valores de Y observados estão dos valores de Y estimados pela linha de regressão ajustada. Eles estão representados em verde na figura abaixo:



Os erros/resíduos de cada observação são calculados projetando-se no eixo Y o valor de Y observado e o valor de Y estimado (ou predito) pela reta e calculando-se a diferença entre esses dois valores.



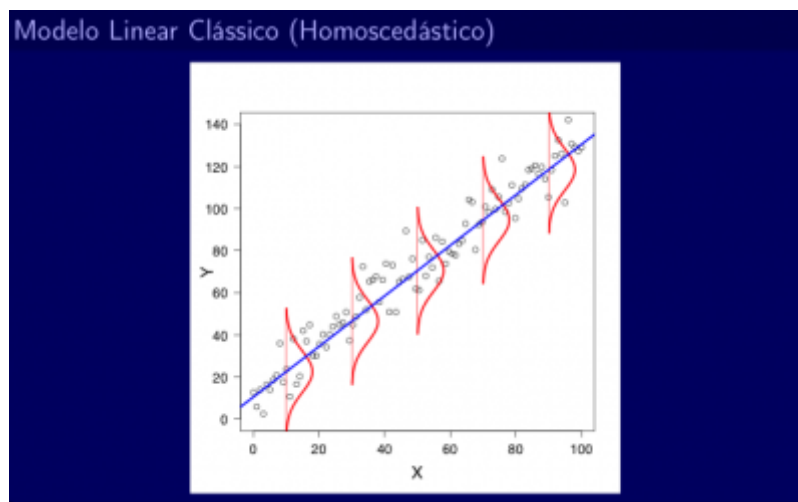
## Premissas de uma Análise de Regressão Linear

- **LINEARIDADE** - Uma reta representa o melhor ajuste aos dados

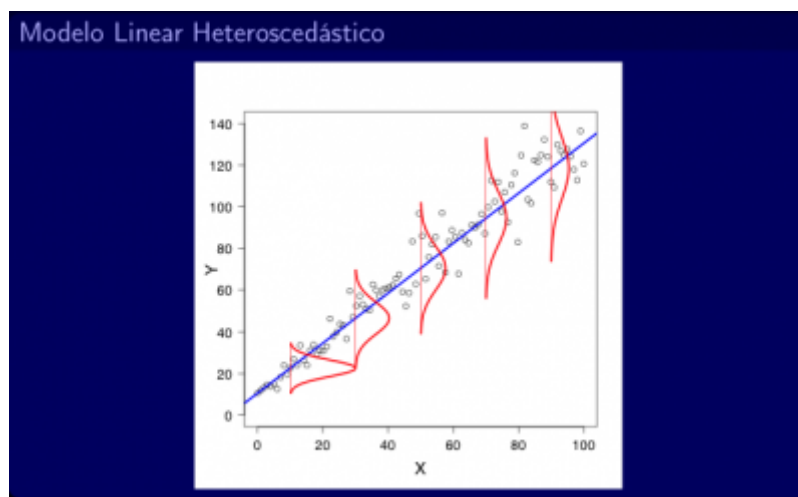
- **DISTRIBUIÇÃO NORMAL DOS ERROS/RESÍDUOS** - Para cada valor de  $X$ , os erros devem seguir uma distribuição normal. Se fossem feitas muitas réplicas para cada um dos valores de  $X$ , a distribuição dos erros referentes aos vários valores obtidos para  $Y$  nas muitas réplicas seguiria uma distribuição normal (Veja as curvas em vermelho na figura de homoscedasticidade abaixo). Porém, em geral, não são feitas réplicas e é necessário assumir que os resíduos seguem essa distribuição.

- **VARIÂNCIA DOS ERROS/RESÍDUOS CONSTANTE** - Para qualquer valor de  $X$ , a variância dos erros é a mesma. Se fossem feitas muitas réplicas para cada um dos valores de  $X$ , a distribuição dos erros referentes aos vários valores obtidos para  $Y$  nas muitas réplicas apresentaria uma mesma variância para qualquer valor de  $X$ . Porém, em geral, não são feitas réplicas e é necessário assumir que essas variâncias são iguais.

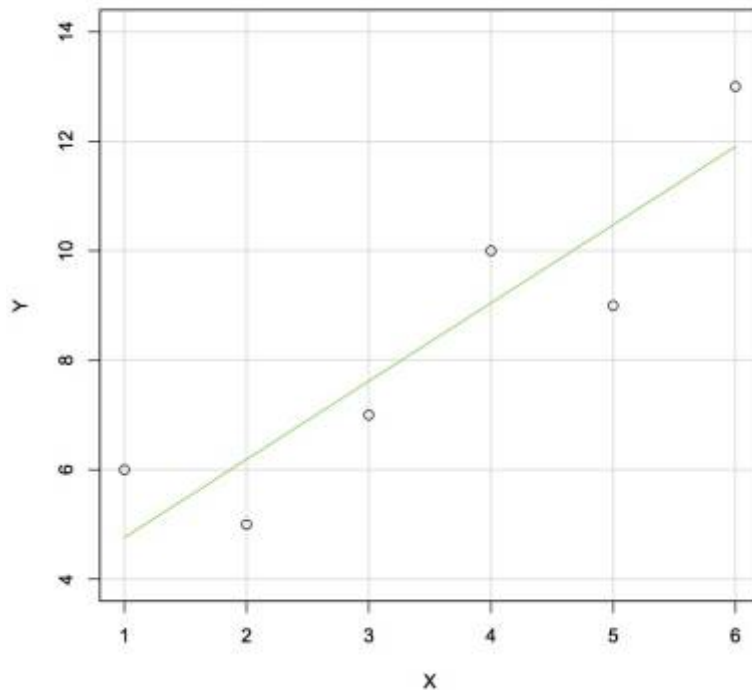
Quando essa premissa é cumprida, temos o que chamamos de **homoscedasticidade**:



Quando ela não é cumprida, observamos uma **heteroscedasticidade**. Note na figura abaixo que para valores pequenos de  $X$  a variância é menor (distribuição estreita) e que para valores maiores de  $X$  temos uma variância grande (distribuição larga):



Agora vamos estimar os valores dos resíduos para um exemplo hipotético abaixo:



Faça uma tabela como essa e anote os valores aproximados que você consegue obter por esse gráfico:

X	Y observado	Y estimado	Resíduo
1			
2			
3			
4			
5			
6			

## Checando as premissas


Ok, agora que você entendeu como são calculados os erros/resíduos, vamos trabalhar com conjuntos de dados maiores para podermos entender como checar as premissas da análise de regressão linear de uma maneira um pouco mais realista:

Baixe os arquivos de dados para o seu diretório:

- algas\_peixes.csv
- algas\_peixes2.csv
- insetos\_peixes.csv
- vol\_inds.csv



**Descrição dos conjuntos de dados:**

 Atenção: esses conjuntos de dados não são reais, são simulações produzidas com o objetivo de inserir nos dados alguns padrões que frequentemente encontramos em estudos reais

Imagine que um grupo de pesquisadores vem trabalhando há muito tempo com peixes da família Rivulidae que ocorrem em lagos temporários. Esses peixes crescem e se reproduzem nesses lagos temporários durante o período de chuvas e seus ovos ficam dormentes durante o período de seca. Os pesquisadores estão interessados em compreender as relações tróficas e as possíveis limitações de espaço nas áreas de ocorrência desses peixes.

Do total de lagos temporários existentes, foram sorteados 20 lagos e na época chuvosa os seguintes dados foram coletados:

- - Biomassa de algas
- - Biomassa de insetos aquáticos
- - Volume do lago
- - Biomassa de peixes herbívoros
- - Biomassa de peixes insetívoros
- - Número de indivíduos adultos da espécie mais abundante (*Austrolebias charrua*)

- O primeiro conjunto de dados (algas\_peixes.csv) foi obtido com o objetivo de analisar se a biomassa de algas existente nos lagos influencia a biomassa de peixes herbívoros e se essa relação é linear.

- O segundo conjunto de dados (algas\_peixes2.csv) foi obtido com o mesmo objetivo anterior, mas as medidas foram tomadas no ano seguinte (ano 2).

- O terceiro conjunto de dados (insetos\_peixes.csv) foi obtido com o objetivo de analisar se a biomassa de insetos existente nos lagos influencia a biomassa de peixes insetívoros e se essa relação é linear.

- O quarto conjunto de dados (vol\_inds.csv) foi obtido com o objetivo de analisar se o volume de água de cada lago afeta o número de indivíduos da espécie *Austrolebias charrua*, que é uma das espécies dominantes nesses lagos, e se essa relação é linear.

O primeiro passo é ajustar um modelo de regressão linear aos dados obtidos.

Inicialmente vamos trabalhar com o conjunto de dados *algas\_peixes.csv*

## Como saber se os erros/resíduos seguem uma distribuição normal?

Lembre dos métodos usados no tutorial de [ANÁLISES EXPLORATÓRIAS DE DADOS](#). Você tem várias

opções para avaliar visualmente a distribuição de um conjunto de valores. Basta aplicar a mesma lógica para a distribuição dos erros/resíduos.

## Como saber se a variância dos erros/resíduos é constante?

Considerando que a reta obtida pelo modelo linear separa os pontos observados de  $Y$  de modo que eles fiquem distribuídos da melhor forma possível acima e abaixo da reta, teremos tanto valores positivos quanto valores negativos de resíduos para os diferentes valores de  $X$ .

Para um dado valor de  $X$ , teremos um valor de  $Y_{\text{estimado}}$  (que aparece na planilha de dados como "*fitted.RegModel.\**"). Relembrando, os  $Y_{\text{estimados}}$  são os valores projetados em  $Y$  quando o valor de  $X$  cruza a reta de regressão.

Se esperamos que a variância dos resíduos seja constante ao longo dos valores de  $X$ , deveríamos também esperar que o espalhamento dos valores dos resíduos (positivos ou negativos) sejam similares para os diferentes valores de  $Y_{\text{estimado}}$ .

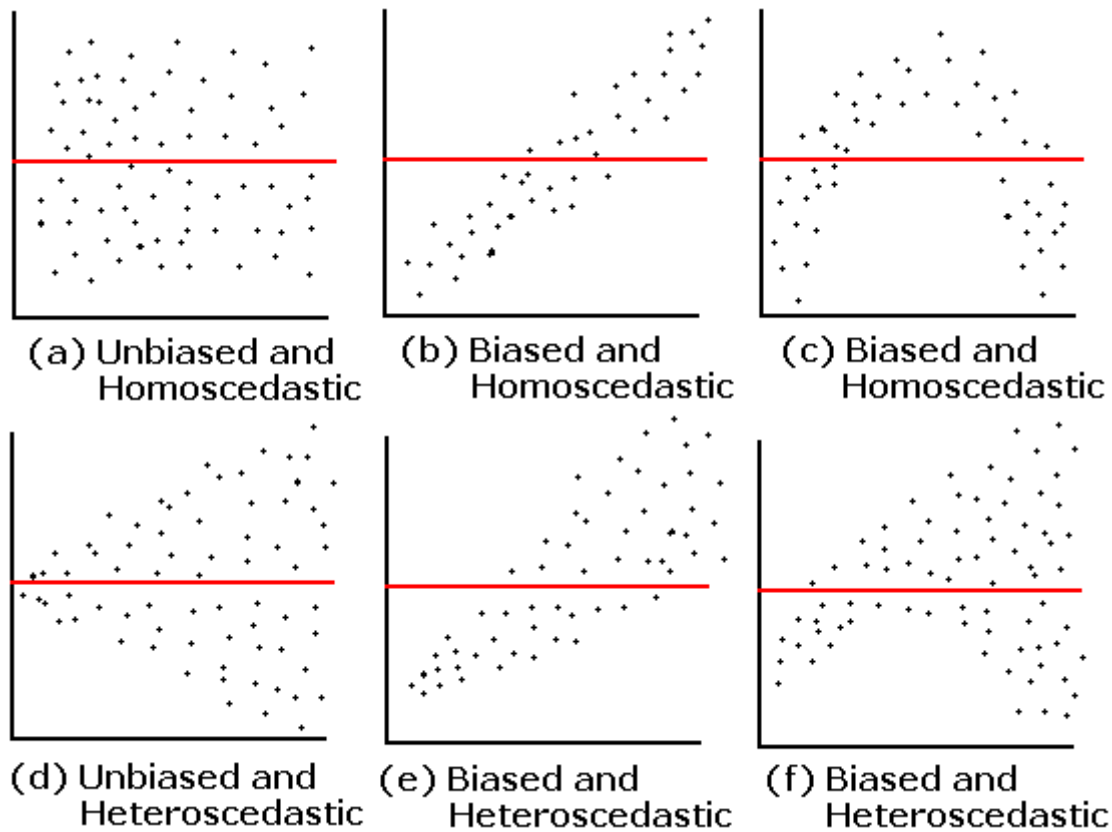
Então, podemos fazer um gráfico em que relacionamos os valores de  $Y_{\text{estimado}}$  ("*fitted.RegModel.\**") e os valores dos Resíduos ("*residuals.RegModel.\**") para cada  $Y_{\text{estimado}}$ . Com esse gráfico podemos avaliar se a distribuição dos resíduos é similar ou se há um maior ou um menor espalhamento dos valores de resíduos para alguns valores de  $Y_{\text{estimado}}$ .

## residuo2

### Como você interpreta esse gráfico? Você nota algum padrão na distribuição dos erros/resíduos?

Esse mesmo gráfico que é utilizado para avaliar se a variância é constante (homoscedasticidade), também pode ser utilizado para checar se existe alguma assimetria, algum viés (positivo ou negativo) ou alguma tendência de que a relação seja melhor definida por uma curva do que por uma reta.

A figura abaixo mostra vários exemplos desse gráfico entre Resíduos e  $Y_{\text{estimado}}$ , com ou sem homoscedasticidade e com ou sem vieses (*Biased* ou *Unbiased*):



**Ao interpretar esses gráficos, lembre-se sempre que aqui não estão sendo representados os seus dados brutos, e sim os resíduos e os valores de  $Y_{\text{estimado}}$ !**

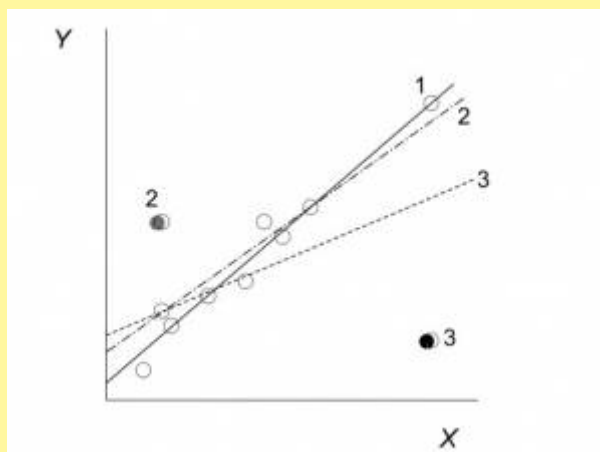
### **Como saber se alguma observação está influenciando demais os parâmetros da regressão?**

Além de testar as premissas, também é importante fazer um diagnóstico para verificar se existem *outliers* e se eles influenciam muito o resultado da análise de regressão.

Para medir a influência que uma dada observação tem sobre a inclinação da reta estimada pelo modelo de regressão linear, usamos uma medida denominada **“Distância de Cook”** que é calculada para cada observação e avalia a relação entre o erro/resíduo ( $e$ ) e a *leverage* ( $h_{ii}$ ) da observação. A *leverage* (que pode ser traduzida como “alavancagem”) indica o quanto um dado valor de X é extremo considerando a amplitude dos demais valores de X. Repare, pela equação abaixo, que quanto maior for o erro/resíduo ( $e$ ) e a *leverage* ( $h_{ii}$ ) de uma dada observação, maior será a distância de Cook referente a ela, ou seja, sua influência sobre a estimativa dos parâmetros da distribuição. Porém, se a *leverage* for alta para uma dada observação, mas o erro/resíduo for pequeno, essa observação não terá um valor alto de Distância de Cook, ou seja, não terá tão grande influência sobre a inclinação da reta.

$$D_i = \frac{e_i^2}{(p+1)QME} \frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})^2}$$

Valores altos de Distância de Cook para uma dada observação indicam que se ela fosse retirada das análises, a inclinação da reta de regressão poderia mudar muito. Veja o exemplo abaixo, do livro de Quinn & Keough (2008), mostrando o efeito de três diferentes observações sobre a inclinação da reta. Os números das retas (1, 2 e 3) indicam como seria a reta se aquela determinada observação (1, 2 ou 3, respectivamente) fosse mantida no conjunto de dados. A reta 1 indica como ficaria a reta sem as observações 2 e 3.



### Se você não entendeu essa figura, peça ajuda!

Então, podemos fazer um gráfico em que plotamos o valor dos *Resíduos* em relação aos valores de *leverage* e nesse gráfico os pontos que possuírem as maiores *leverage* e os maiores erros/resíduos (positivos ou negativos) serão as observações com maiores **Distâncias de Cook** e consequentemente, com maiores **influências** sobre os parâmetros da reta.

Devido ao tempo escasso, não vamos construir esse gráfico passo-a-passo. Vamos usar uma opção mágica que vai mostrar 4 gráficos de diagnóstico de uma só vez e incluirá esse gráfico para que você possa analisar.

O primeiro passo é ajustar um modelo de regressão linear aos dados obtidos. Para o primeiro conjunto de dados (*algas\_peixes.csv*), nós já fizemos isso, então, vamos apenas recuperar o resumo do modelo para depois fazermos os gráficos sobre esse modelo:

## Final

### Entendendo essa figura:

- Os dois gráficos à esquerda relacionam os resíduos aos valores de  $Y_{estimado}$ . Dentre esses, o gráfico inferior utiliza os resíduos padronizados<sup>4)</sup> para diminuir eventuais problemas com assimetria (*skewness*) nos dados. Em geral, basta checar um deles e já será possível identificar problemas de heteroscedasticidade e de viés nos resíduos.

- O gráfico superior à direita é o gráfico quantil-quantil. Ele nos ajuda a identificar se os resíduos<sup>5)</sup> se



ajustam bem a uma distribuição normal (checagem da normalidade dos resíduos). Se os pontos desse gráfico estiverem bem próximos da linha diagonal (observem principalmente as extremidades), isso indica que os valores dos resíduos estão bem ajustados a uma distribuição normal. Se nas extremidades os pontos estiverem distantes da linha, a distribuição dos resíduos é assimétrica, apresentando caudas mais longas ou mais curtas, a depender da posição em que ocorrem esses pontos distanciados

.}}preservefilenames::QQPlot\_CaudaLonga\_CaudaCurta.jpg

- O gráfico inferior à direita é o gráfico que mostra a relação entre resíduos (padronizados) e a *leverage* das observações. É nesse gráfico que podemos também conferir a Distância de Cook. As linhas vermelhas tracejadas indicam os limites para valores de distância de Cook que são considerados altos (acima de 0,5). Pontos localizados fora dessa linha tracejada são observações com alta Distância de Cook e que devem, portanto, ser analisados cuidadosamente. Repare que os pontos com as maiores Distâncias de Cook têm números que ajudam você a identificar a qual observação o ponto se refere.

Salve esse conjunto de gráficos como .pdf e identifique-o com o nome do arquivo de dados

### **PARA ENTREGAR ANTES DO INÍCIO DA PRÓXIMA AULA**

Repita o mesmo procedimento realizado acima para os conjuntos de dados

**“algas\_peixes2.csv”** e **“vol\_ind.csv”** e avalie quais premissas estão sendo atendidas ou não para cada um. Envie pelo formulário abaixo ou pelo [link do formulário](#).



1) Os gráficos de diagnóstico dos dois conjuntos de dados;

2) Para cada conjunto de dados, faça sua interpretação sobre a distribuição dos resíduos, incluindo avaliação de:

- 2.1 - normalidade;
- 2.2 - homoscedasticidade;
- 2.3 - influência dos pontos.

1)

The best way to see what is happening is to work through a simple example. We have an experiment in which crop yields per unit area were measured from 10 randomly selected fields on each of three soil types. All fields were sown with the same variety of seed and provided with the same fertilizer and pest control inputs. The question is whether soil type significantly affects crop yield, and if so, to what extent.

2)

resíduos ou erros

3)

Essa é a estruturação básica dos dados normalmente usada nas análises, acostume-se com ela!!

4)

se tiver interesse em entender como é feita essa padronização, utilize a ajuda do Rcommander ou do R, mas não precisa fazer isso nesse momento

5)

note que ele também está usando resíduos padronizados

From:

<http://labtrop.ib.usp.br/> - **Laboratório de Ecologia de Florestas Tropicais**

Permanent link:

[http://labtrop.ib.usp.br/doku.php?id=cursos:planeco2020:roteiro:07-class\\_base](http://labtrop.ib.usp.br/doku.php?id=cursos:planeco2020:roteiro:07-class_base)



Last update: **2021/03/01 15:59**