Princípios da Estatística Frequentista

Caso tenha feito o roteiro de testes clássicos frequentistas: **Regressão Linear**, passe direto para a sessão ANOVA:Análise de Variância

Os testes clássicos estatísticos estão inseridos no escopo da estatística frequentista ou inferência frequentista. Nessa abordagem a probabilidade é considerada uma frequência e a inferencia está baseada na frequência com que eventos ocorrem nos dados coletados. A maior parte dos testes frequentistas clássicos foi desenvolvida independentemente para a solução de problemas distintos. Por isso, não há uma unificação analítica completa, que só aconteceu posteriormente com a integração oferecida pelos modelos lineares, como veremos nas próximas aulas. Nos testes clássicos a aplicação é definida basicamente pela natureza das variáveis resposta (dependente) e preditora (independente) e pela hipótese estatística subjacente.

Principais testes clássicos frequentistas

A tabela abaixo apresenta os principais testes clássicos frequentistas e sua aplicação com relação às variáveis preditoras e resposta e à hipótese estatística subjacente.

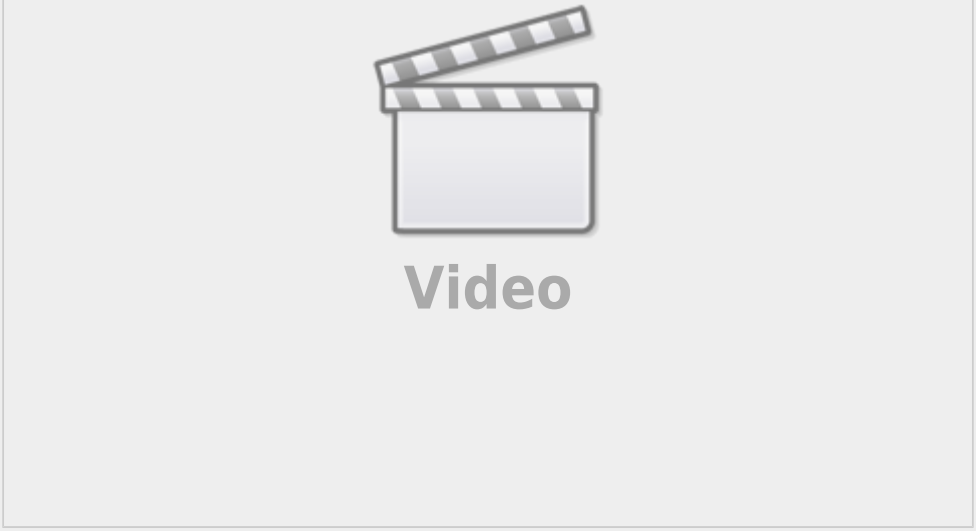
Tipo de Variável		Estatística Clássica	
Resposta	Preditora	Teste	Hipótese
Categórica	Categórica	Qui-quadrado	independência
Contínua	Categórica (2 niveis)	Teste t	$\mu_1=\mu_2$
Contínua	Categórica	Anova	$\mu_1=\mu_2=\mu_n$
Contínua	1 Contínua	Regressão	$\beta_1=0$
Contínua	>1 Contínua	Reg. múltipla	$\beta_1=0;\beta_n=0$
Contínua	Cont + Categ	Ancova	$\beta_1=\beta_2;\alpha_1=\alpha 2$
Proporção	Contínua	Reg. Logística	$logit(\beta_1)=1$

ANOVA: Análise de Variância

Aula Gravada - Anova: Partição da Variaçao

Esssa video aula foi gravada durante a pandemia e permanece aqui como

material de referência e consulta



Na aula sobre teste de hipótese utilizamos técnicas de Monte Carlo para testar a hipótese de que duas médias são distintas, ou que uma é maior/menor que outra, tanto no exemplo do Tutorial Árvores do Mangue, quanto no exercício Altura dos alunos. Em ambos os casos estávamos comparando médias de dois grupos distintos, por exemplo, dois tipos de solos no mangue ou gênero dos alunos. O nosso procedimento foi análogo ao teste frequentista ***t* de Student**, mas a forma de obter o ***p-valor*** foi diferente. Nos procedimentos anteriores, simulamos o cenário nulo e comparamos o valor observado (diferença das médias) com a distribuição de probabilidades obtidas por meio dessa simulação. Na abordagem clássica do teste frequentista ***t* de Student**, a estatística de interesse *t* da amostra é comparada com a distribuição probabilística ***t*** , desenvolvida pelo matemático britânico William Gosset.

Caso não esteja confortável com o procedimento de simulação do cenário nulo e consequente obtenção do ***p-valor*** , refaça o tutorial teste de hipótese. No procedimento apresentado está a lógica básica por trás da maioria dos testes de hipótese clássicos.

A *Análise de Variância* (**ANOVA**), desenvolvida pelo também britânico Ronald Fisher há mais de 100 anos (1918), é uma generalização do teste ***t* de Student**. Apesar da idade avançada, é um teste muito popular, talvez o mais utilizado em ciências naturais nas últimas décadas. A hipótese subjacente da ANOVA é de diferença entre as médias de 2 ou mais grupos. O procedimento para o cálculo da estatística da ANOVA, chamada de ***F***, está associado à partição da variância dos dados, por isso o nome. Uma maneira clássica de apresentar o resultado do teste de **ANOVA** é a a chamada **tabela de ANOVA**. Tanto a partição da variação quanto a **tabela de ANOVA** serão utilizados para avaliarmos outros modelos durante o curso, por isso é importante entender bem o que é a partição da variação e o que a tabela de ANOVA nos apresenta.

Partição da Variância

O teste de ANOVA está baseado na premissa de que os efeitos entre os grupos são aditivos e com isso é possível particionar a variação dos dados na porção que é associada aos grupos e a que representa a variação não explicada (resíduos ou erros). A soma destas variações resultam na variação total associada aos dados.

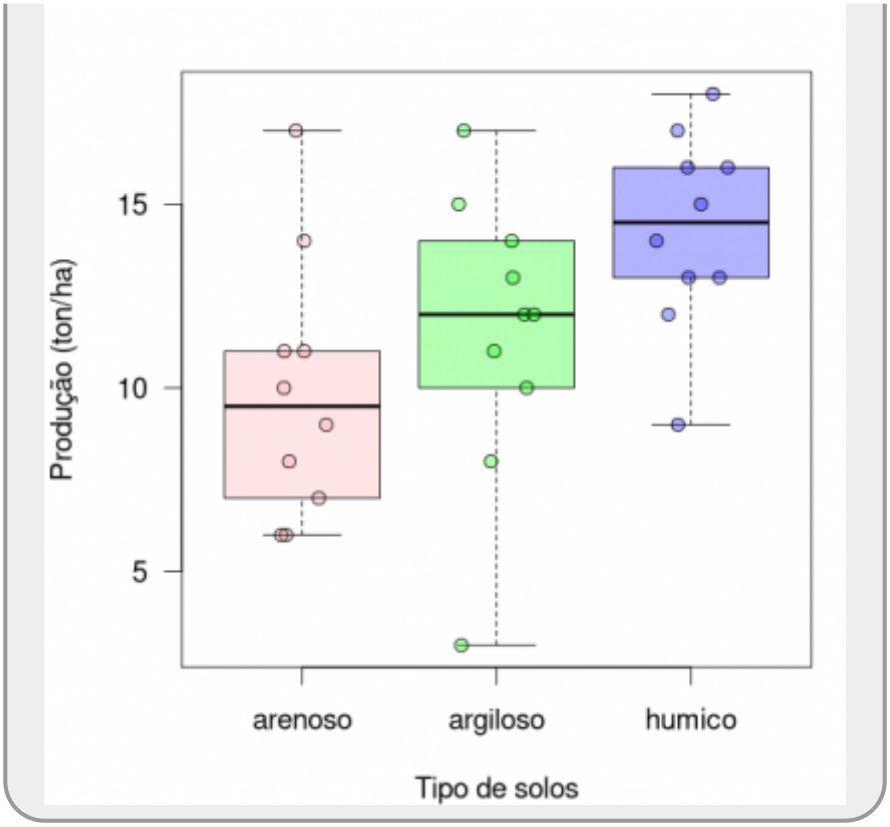
Para exemplificar a partição da variância associada à ANOVA, vamos usar o exemplo de dados de colheita de um cultivar em diferentes tipos de solos, apresentado no livro de Robert Crawley, The R Book, como segue abaixo:

Tradução livre da descrição do livro "*The R Book*" (Crawley, 2007)

Robert Crawley

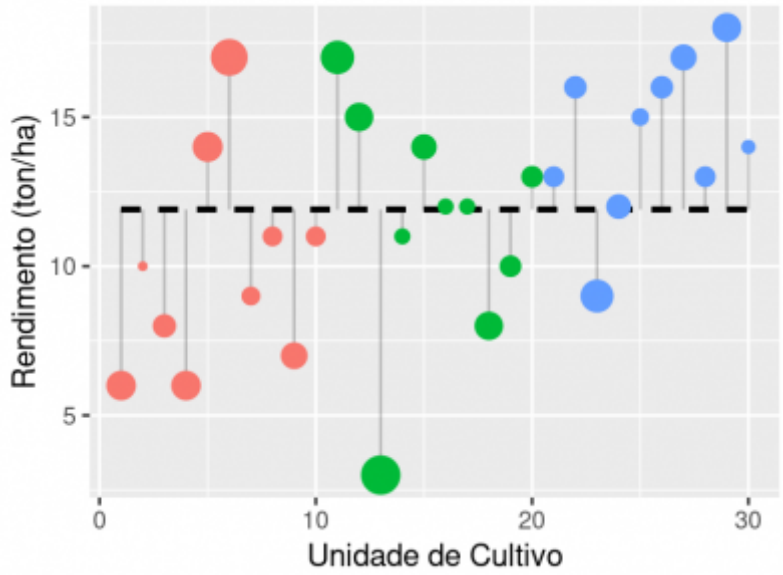
"... a melhor forma de entender o que está acontecendo é trabalharmos um exemplo. Temos um experimento em que a produção agrícola por unidade de área é medida em 10 campos de cultivo selecionados aleatoriamente de cada um de três tipos diferentes de solo. Todos os campos foram semeados com a mesma variedade de semente e manejados com as mesmas técnicas (fertilizantes, controle de pragas). O objetivo é verificar se o tipo de solo afeta significativamente o rendimento de culturas, e caso afete, quanto."[1)]

A representação gráfica desses dados pode ser feita em um boxplot.



É possível notar que há uma grande variação na produtividade entre os solos e também muita variação dentro de um mesmo tipo de solo. Para ter alguma confiança para afirmar que o solo influencia a produtividade, podemos nos basear na variação dos dados e na partição em seus componentes, ou seja, dentro de cada grupo (ou intra grupo) e entre os grupos do tratamento (tipos de solos). Primeiro vamos definir o que é a variação total dos dados.

Variação total

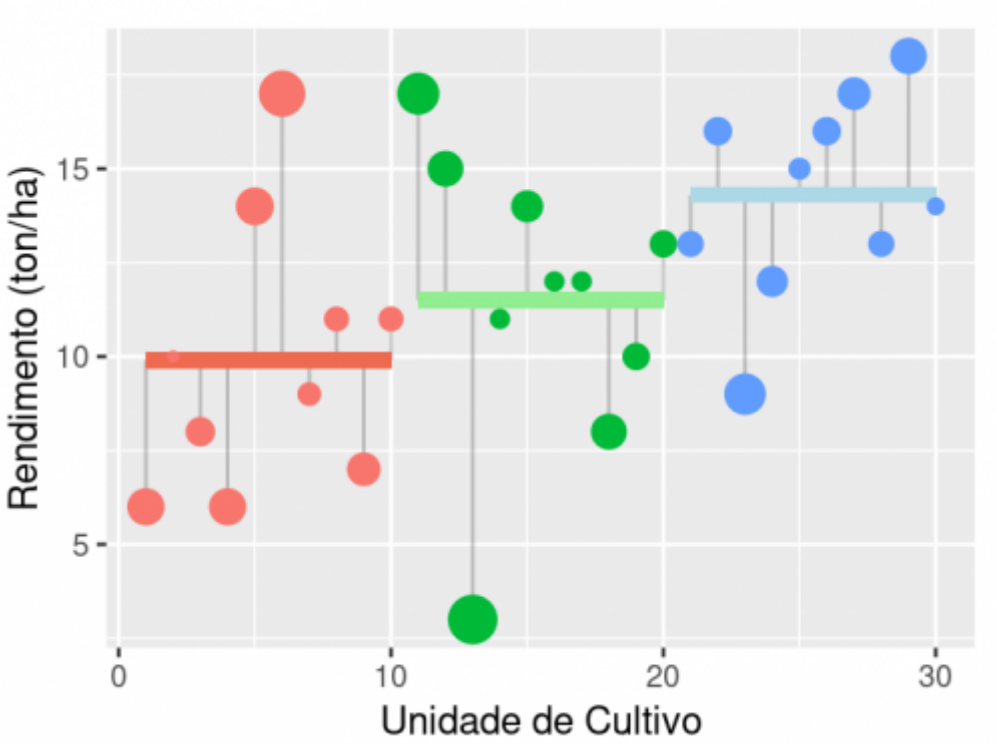


A variação total dos dados é calculada a partir dos desvios das observações (n=30) em relação à grande média [2]). No gráfico acima esta variação é representada pelos segmentos verticais em cinza. A grande média é definida como a média de produtividade de todos os campos de cultivo, independente do tipo de solo, e é representada pela linha preta horizontal tracejada.

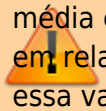
Medimos essa variação total pela `soma quadrática` definida como os valores dos desvios dos dados em relação à grande média (segmentos verticais no gráfico) elevados ao quadrado e posteriormente somados.

$$ SQ_{"total"} = \sum_{i=1}^k\sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{\bar{y}})^2 $$

Variação intra grupo



A variação intra grupo é a variação que não está relacionada ao efeito do tratamento (no caso, os tipos de solo). Essa variação é baseada nos desvios dos valores observados em relação à média do nível de tratamento (tipo de solo ou grupo) representada pelos segmentos horizontais coloridos. Os respectivos desvios estão representados na figura acima pelas barras cinza verticais.

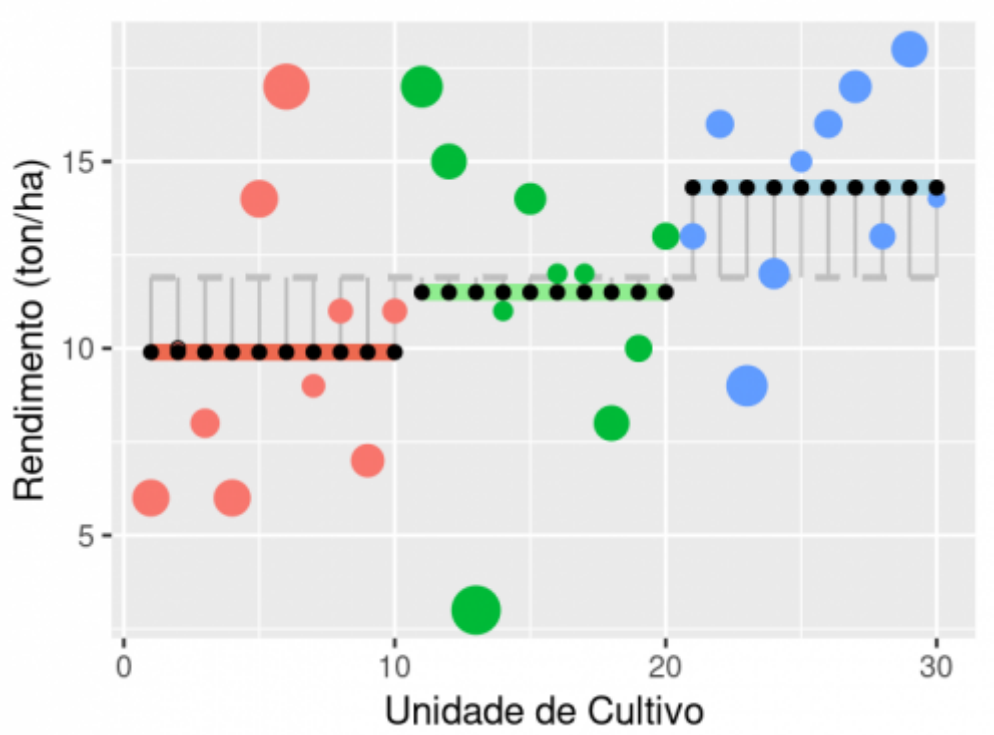


Entendemos desvios como qualquer variação em relação a alguma medida de tendencia central, no caso estamos tratando dessa variação em relação a diferentes médias (grande média e média dos grupos). Mais à frente iremos chamar esses **desvios** das observações em relação às médias do seu grupo de **resíduos** e muitos estatísticos também os chamam essa variação de **erro**. Não se assustem, eles significam a mesma coisa e causam confusão, mesmo. O importante é entender que estamos nos referindo à variação que não é explicada pelos tratamentos.

Para quantificar essa variação utilizamos a soma quadrática intra grupo, obtida a partir desses valores de desvios [3]. Basta pegar a diferença entre cada valor observado em relação à média do seu grupo, elevar ao quadrado e posteriormente somar esses valores, como descrito na formula a seguir:

$$ SQ_{"intra"} = \sum_{i=1}^k\sum_{j=1}^n (y_{i,j} - \bar{y}_{i})^2 $$

Variação entre grupos



Por fim, temos a variação entre os grupos. Essa variação está diretamente relacionada ao efeito dos níveis do nosso tratamento, que no caso são os tipos de solo. Ou seja, quanto maior o efeito do tipo de solo na produtividade, maior será essa variação. Ela é definida pelos desvios das médias dos grupos em relação à grande média (segmentos verticais cinzas). Essa variação pode ser representada substituindo cada valor observado (círculos coloridos) pela média do seu grupo (círculos pretos). Os desvios desses valores médios dos grupos em relação à grande média, elevado ao quadrado e somados, representam a soma quadrática entre grupos.

$$ SQ_{"entre"} = \sum_{i=1}^k\sum_{j=1}^n (\bar{y}_{i} - \bar{\bar{y}})^2 $$

Variação aditiva

Acabamos de particionar a variação dos dados de um teste de ANOVA em seus componentes básicos: a variação entre e intra grupos. Uma característica importante dessa partição é que suas partes são aditivas, ou seja, a variação total é a soma da intra e entre grupos.

$$ SQ_{"total"} = SQ_{"entre"} + SQ_{"intra"} $$

Estatística F

A grande sacada de Sir Fisher foi entender que essa partição da variância aditiva pode ser utilizada para compor uma estatística que representa o quanto a variação do efeito do tratamento é maior que a variação não explicada pelo tratamento. A estatística F é definida pela razão do valor médio da variação entre grupos e o valor médio da variação intra grupos.

Os valores médios de variação (variância) são calculados dividindo as somas quadráticas pelos graus

de liberdade. No caso da variação entre grupos do nosso exemplo o total de graus de liberdades é igual ao número de grupos no tratamento menos 1 (em função do parâmetro média geral usado para o seu cálculo). Na variação intra grupos o total de graus de liberdade é igual ao número de observações (30 valores usados para o seu cálculo) menos 3 (número de parâmetros utilizados para o seu cálculo, as médias dos grupos), no caso 27.

$$MQ_{"entre"} = \frac{SQ_{"entre"}}{gl_1}$$

$$MQ_{"intra"} = \frac{SQ_{"intra"}}{gl_2}$$

$$F_{(gl_1,gl_2)} = \frac{MQ_{1}}{MQ_{2}}$$

sendo:

- F: estatística F
- gl: graus de liberdade
- ${_1}$: entre grupos
- ${_2}$: intra grupos

A probabilidade de ocorrência de valores da estatística F sob um cenário nulo segue uma distribuição desenvolvida por Sir Ronald Fisher e por George Snedecor. Essa distribuição possui dois parâmetros, os graus de liberdade entre e intra grupos. Assim, para calcular o p-valor para um dado valor de F observado no nosso estudo, usamos os graus de liberdade entre grupos e os graus de liberdade intra grupos para consultarmos uma tabela de F ou utilizarmos algum programa que tenha essa distribuição definida.

Coeficiente de determinação

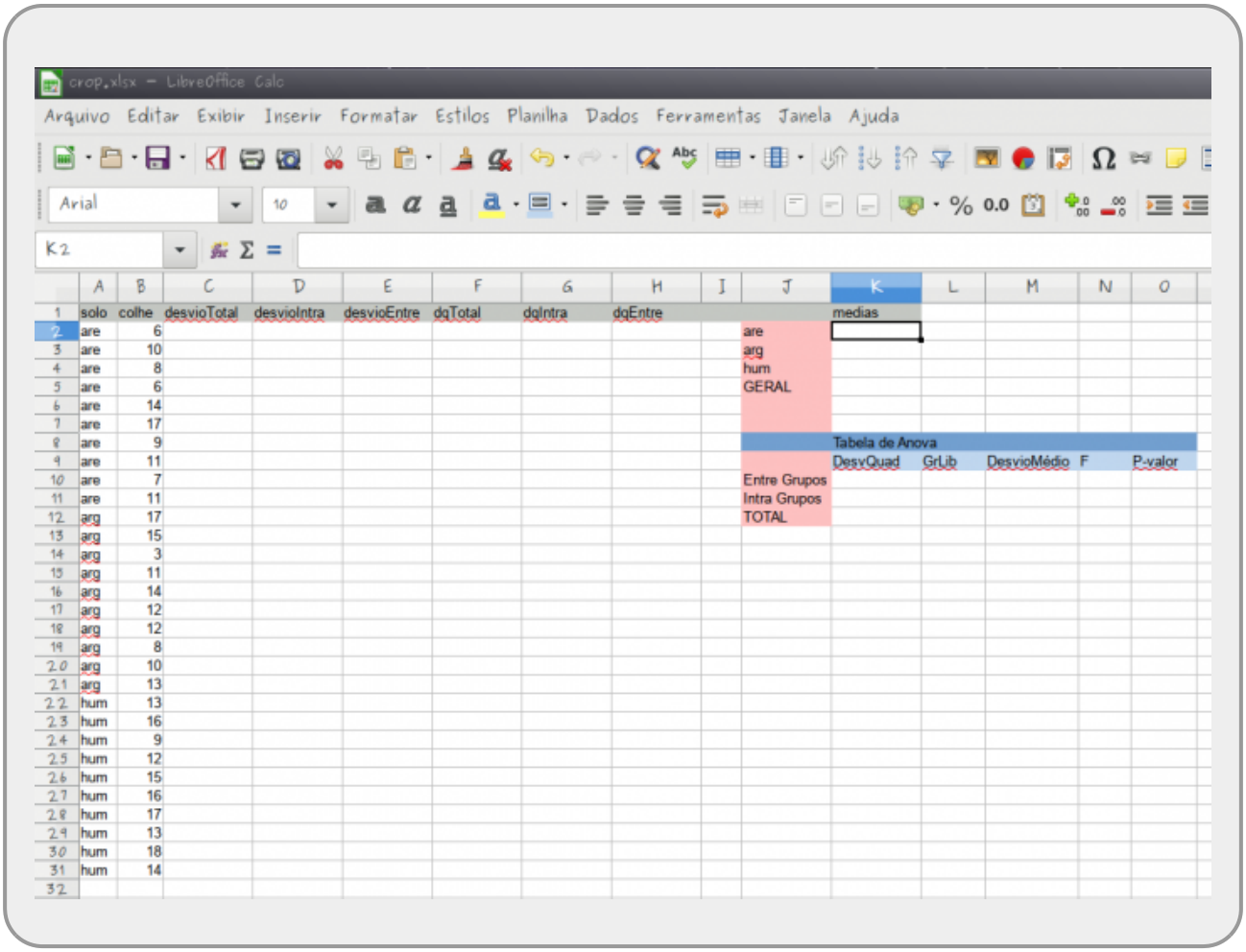
Outra estatística muito utilizada, baseada na partição de variação, é o `coeficiente de determinação`. O `coeficiente de determinação` define o quanto da variabilidade dos dados é explicado pelo fator de interesse, no nosso exemplo, os tipos de solos. O `coeficiente de determinação` (R^2) é calculado pela razão entre a variação explicada e a variação total dos dados.

$$ R^2 = \frac{SQ_{"entre"}}{SQ_{"entre"} + SQ_{"intra"}} $$

Tabela de ANOVA

Para fixar esses conceitos vamos construir uma tabela de ANOVA em uma planilha de Excel ou LibreOffice.

- baixe o arquivo
  crop.xlsx
  ;
- abra em uma planilha eletrônica;



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	solo	colhe	desvioTotal	desvioIntra	desvioEntre	dqTotal	dqIntra	dqEntre			medias				
2	are	6								are					
3	are	10								arg					
4	are	8								hum					
5	are	6								GERAL					
6	are	14													
7	are	17													
8	are	9									Tabela de Anova				
9	are	11									DesvQuad	GrLib	DesvioMédio	F	P-valor
10	are	7								Entre Grupos					
11	are	11								Intra Grupos					
12	arg	17								TOTAL					
13	arg	15													
14	arg	3													
15	arg	11													
16	arg	14													
17	arg	12													
18	arg	12													
19	arg	8													
20	arg	10													
21	arg	13													
22	hum	13													
23	hum	16													
24	hum	9													
25	hum	12													
26	hum	15													
27	hum	16													
28	hum	17													
29	hum	13													
30	hum	18													
31	hum	14													
32															

- 1) a partir dos dados de produtividade (colheita) obtidos, calcule a média de cada grupo e a média geral e guarde nas células correspondentes à direita, na coluna K;
- 2) na coluna “desvioTotal” calcule o quanto cada observação desvia da média geral;
- 3) na coluna “desvioIntra” calcule o quanto cada observação desvia da média do seu grupo;
- 4) na coluna “desvioEntre” calcule, para cada observação, o quanto a média do seu grupo desvia da média geral;
- 5) nas colunas de desvio quadrático (***dq****) correspondentes a cada coluna anterior, eleve ao quadrado cada um dos desvios calculados anteriormente.

- O que representam as somas das colunas (***dq****)?

- 6) usando as orientações acima e as informações fornecidas na aula complete a tabela de ANOVA;
- 7) usando a dica abaixo, calcule o p-valor e insira na tabela de ANOVA;

Como calcular o p-valor a partir do F

- A função `DIST.F` no Excel ou LibreOffice calcula o p-valor a partir da estatística **F** e graus de liberdade;
- usualmente a função recebe o valor de **F**, seguido dos graus de liberdade entre e intra grupos;

- normalmente o resultado da função `DIST.F` é a probabilidade cumulativa, mas fique atento, pode ser a densidade probabilística, dependendo do padrão do Excel. Consulte a documentação do "DIST.F" do Excel caso tenha dúvida;
- no caso do valor retornado seja a probabilidade cumulativa, o p-valor é igual a 1 menos essa probabilidade [4].

- 8) a partir das dicas abaixo, repita o teste no Rcmdr e compare os resultados;

ANOVA no Rcmdr

- importe os dados apenas com as colunas de dados brutos;
- o menu `Statistics` está separado em tipos de estatísticas e qual o parâmetro associado ao teste de hipótese estatístico;
- o nosso teste é sobre médias, portanto no sub-menu `Mean`;
- nele há a opção `Multi-way ANOVA`...
- o resultado aparecerá na janela *Output*.

- 9) faça um gráfico que represente bem os dados;
- 10) interprete os resultados obtidos.

Exercício Anova

Delphinus nuttallianum

Vamos usar para esse exercício o exemplo do ótimo livro de estatística para ecólogos de Gotelli & Ellison (veja nossa lista de leituras recomendadas).

O experimento descrito analisou o efeito do degelo da primavera no crescimento e floração de uma planta alpina (Delphinus nuttallianum). Nesse experimento quatro parcelas foram mantidas sem nenhuma manipulação (`unmanipulated`), quatro foram aquecidas fazendo com que o degelo ocorresse antes do normal na primavera (`treatment`) e quatro foram manipuladas contendo toda a estrutura dos aquecedores, sem que estes fossem ligados (`control`). Os resultados do tempo de floração (dias) em cada parcela são apresentado abaixo:

Unmanipulated	Control	Treatment
10	9	12
12	11	13
12	11	15
13	12	16

- Organize esses dados em um planilha de forma que nas linhas estejam as observações e nas

colunas as variáveis, no caso a reposta e preditora[5]. Para maiores informações sobre organização de dados em planilhas eletrônicas veja o artigo Data Organization in Spreedsheets (Broman & Woo, 2018)
- Construa a tabela de ANOVA e calcule o R^2 para esses dados em uma planilha eletrônica.

PARA ENTREGAR ANTES DO INÍCIO DA PRÓXIMA AULA:

Inclua os seguintes produtos no formulário abaixo:

- link do formulário

1) Para os dados de solos e produtividade (Crawley, 2007):

- 1.1- a tabela de ANOVA completa gerada na planilha eletrônica;
- 1.2- a tabela de ANOVA resultante do teste no Rcmdr;
- 1.3- um gráfico para representar os resultados;
- 1.4- a interpretação dos resultados (máximo de 5 linhas).

2) Para os dados de *Delphinus nuttallianum*:

- 2.1- a tabela de ANOVA completa gerada em uma planilha eletrônica;
- 2.2- um gráfico para representar os resultados;
- 2.3- interpretação dos resultados desse experimento (máximo de 5 linhas)
- 2.4- a reposta para a seguinte questão: Por que o `unmanipulated` não é o controle para o tratamento que manipulou o degelo?(máximo 5 linhas)

1)
The best way to see what is happening is to work through a simple example. We have an experiment in which crop yields per unit area were measured from 10 randomly selected fields on each of three soil types. All fields were sown with the same variety of seed and provided with the same fertilizer and pest control inputs. The question is whether soil type significantly affects crop yield, and if so, to what extent.

2)
a grande média é a média do conjunto total de observações (n = 30

3)
resíduos ou erros

4)
a densidade probabilística não permite o cálculo do p-valor, portanto, é preciso calcular a probabilidade cumulativa e subtrair de um para o cálculo do p-valor

5)
Essa é a estruturação básica dos dados normalmente usada nas analises, acostume-se com ela!!