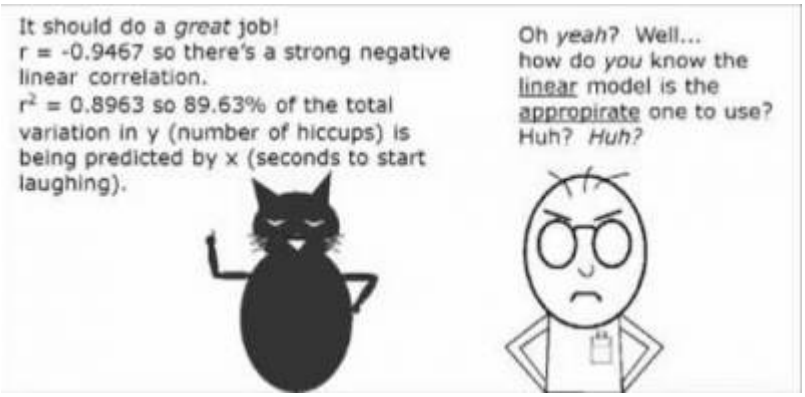
Modelos Lineares Simples I



Os modelos lineares são uma generalização dos testes de hipótese clássicos mais simples. Uma regressão linear, por exemplo, só pode ser aplicada para dados em que tanto a variável preditora quanto a resposta são contínuas, enquanto uma análise de variância é utilizada quando a variável preditora é categórica. Os modelos lineares não têm essa limitação, podemos usar variáveis contínuas ou categóricas indistintamente.

Video

ERRATA: por volta de 16'28“ digo que o valor da inclinação na população é 3,5 quando o correto é 2,5

No nosso quadro de testes clássicos frequentistas, definimos os testes, baseados na natureza das variáveis respostas e preditoras.

Tipo de Variável		Estatística Clássica	
Resposta	Preditora	Teste	Hipótese
Categórica	Categórica	Qui-quadrado	independência
Contínua	Categórica (2 niveis)	Teste t	$\mu_1 = \mu_2$
Contínua	Categórica	Anova	$\mu_1 = \mu_2 = \mu_n$
Contínua	1 Contínua	Regressão	$\beta_1 = 0$
Contínua	>1 Contínua	Reg. múltipla	$\beta_1 = 0; \beta_n = 0$
Contínua	Cont + Categ	Ancova	$\beta_1 = \beta_2; \alpha_1 = \alpha 2$
Proporção	Contínua	Reg. Logística	$logit(\beta_1) = 1$

Os modelos lineares dão conta de todos os testes apresentados na tabela acima que tenham a **variável resposta contínua**. Portanto, já não há mais necessidade de decorar os nomes: *teste-t*, *Anova*, *Anova Fatorial*, *Regressão Simples*, *Regressão Múltipla*, *Ancova* entre muitos outros nomes de testes que foram incorporados nos modelos lineares. Isso não livra o bom usuário de estatística de entender a natureza das variáveis que está utilizando. Isso continua sendo imprescindível para tomar boas decisões ao longo do processo de análise e interpretação dos dados.

Simulando Dados

Vamos começar com um exemplo simples de regressão, mas de forma diferente da usual. Vamos usar a engenharia reversa para entender bem o que os modelos estatísticos estão nos dizendo e como interpretar os resultados produzidos. Para isso vamos inicialmente gerar dados fictícios. Esses dados terão dois componentes: uma estrutura determinística e outra aleatória. A primeira está relacionada ao processo de interesse e relaciona a variável resposta à preditora. No caso, essa estrutura é linear e tem a seguinte forma:

$$ y = {\alpha} + {\beta} x$$

O componente aleatório é expresso por uma variável probabilística Gaussiana da seguinte forma:

$$ \epsilon = N(0, \sigma) $$

Portanto, nossos dados serão uma amostra de uma população com a seguinte estrutura:

$$ y = {\alpha} + {\beta} x + \epsilon$$

Parece complicado, mas é razoavelmente simples gerar dados aleatórios em nosso computador baseado nessa estrutura. Para isso, abra uma planilha eletrônica e siga os passos descritos abaixo:

- nomeie a coluna ***A*** como **x** na célula A1;
- preencha as células A2:A16 com uma sequência de valores de 0.5 a 7.5, em intervalos de 0.5

	A	B	C	D
1	x	y0	desvio	y1
2	0.5			
3	1			
4	1.5			
5	2			
6	2.5			
7	3			
8	3.5			
9	4			
10	4.5			
11	5			
12	5.5			
13	6			
14	6.5			
15	7			
16	7.5			
17				
18				

- nomeie a coluna ***B*** como **y0** na célula B1;
- preencha a célula B2 com a fórmula ***= 4 + 3.5 * A2***
- copie a formula para as células B3:B16, clicando e arrastando o mouse quando aparecer no canto inferior esquerdo da célula B2 o sinal de **+**.

	A	B	C	D
1	x	y0	desvio	y1
2	0.5	= 4 + 3.5*A2		
3	1			
4	1.5			
5	2			
6	2.5			
7	3			
8	3.5			
9	4			
10	4.5			
11	5			
12	5.5			
13	6			
14	6.5			
15	7			
16	7.5			
17				
18				

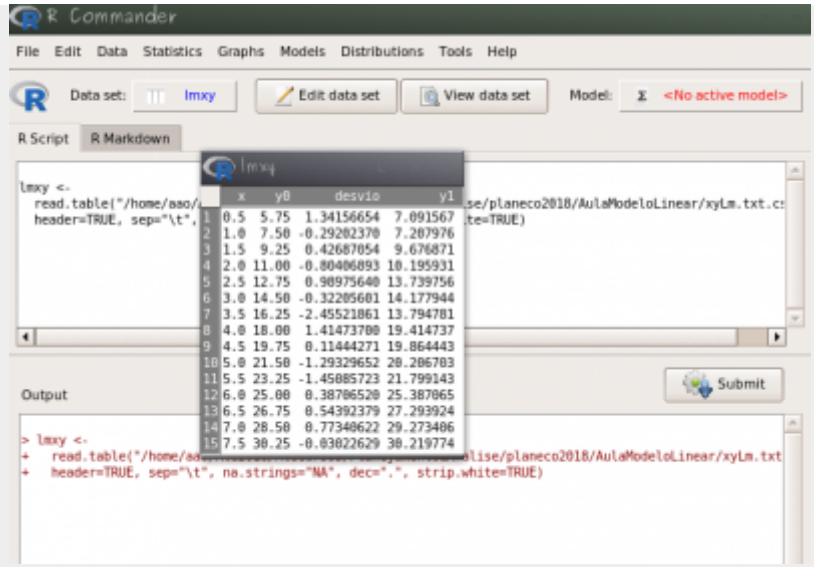
- nomeie a coluna ***C*** como **desvio** na célula C1;
- preencha a célula **C2** com a fórmula **= *INV.NORM.N(ALEATÓRIO(); 0 ; 2)*** [1]. **Essa fórmula vai retornar valores aleatórios tomados de uma distribuição normal com média 0 e desvio padrão 2**;
- copie a formula para as células C3:C16, clicando e arrastando o mouse quando aparecer no canto inferior esquerdo da célula ***B2*** o sinal de **+**.
- nomeie a coluna ***D*** como **y1** na célula D1;
- A variável **y1** na coluna ***D*** é a soma do valor da coluna ***B*** com o valor da coluna ***C*** (y0+ desvio). Para fazer isso, coloque na célula D2 a função ***=soma(B2:C2)***, depois copie para as outras células da coluna
- salve a planilha como texto separado por vírgulas e use o nome “xy.csv”

C2 | Σ = | =INV.NORM.N(ALEATÓRIO(),0,2)

	A	B	C	D	E	F
1	x	y0	desvio	y1		
2	0.5	5.75	-3.058380577			
3	1	7.5	2.224347441			
4	1.5	9.25	2.159720971			
5	2	11	0.278286215			
6	2.5	12.75	3.128622272			
7	3	14.5	2.478190576			
8	3.5	16.25	-0.743526151			
9	4	18	-2.095088544			
10	4.5	19.75	0.426249317			
11	5	21.5	2.88420496			
12	5.5	23.25	1.145051653			
13	6	25	0.283340336			
14	6.5	26.75	0.842373056			
15	7	28.5	-0.067742821			
16	7.5	30.25	0.509119996			
17						

A função INV.NORM.N() tem três parâmetros, (1) probabilidade, (2) média e (3) desvios padrão. Ao definir o terceiro parâmetro, estamos amostrando valores de uma distribuição normal com desvio padrão igual a 2.

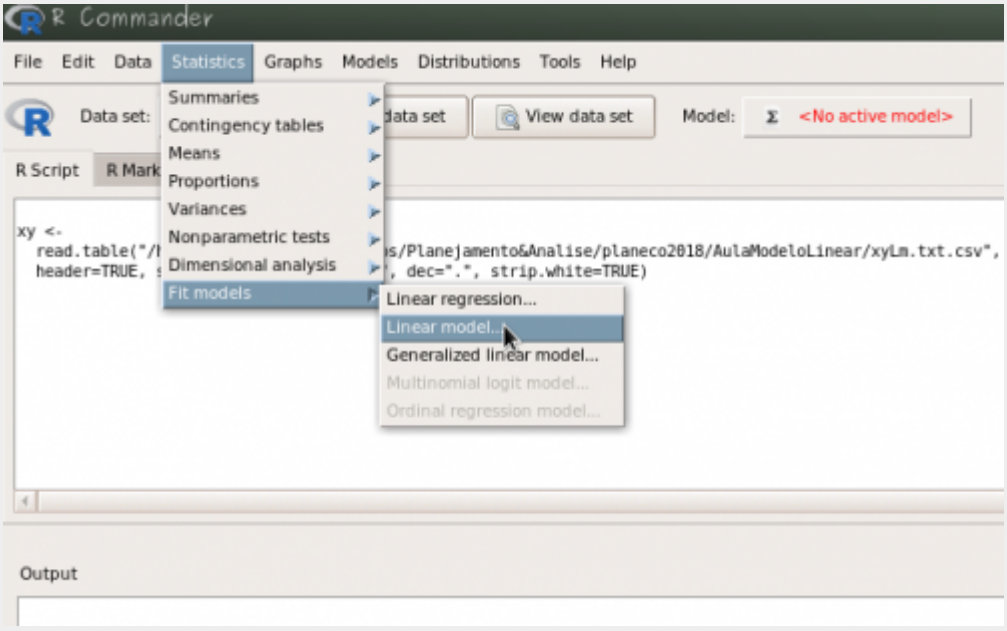
- importe os dados da planilha para o Rcommander (lembrando de selecionar como separador a vírgula) e use o nome **xy** ;
- garanta que os dados foram lidos corretamente, clicando em *View data set*



Modelos Lineares Simples

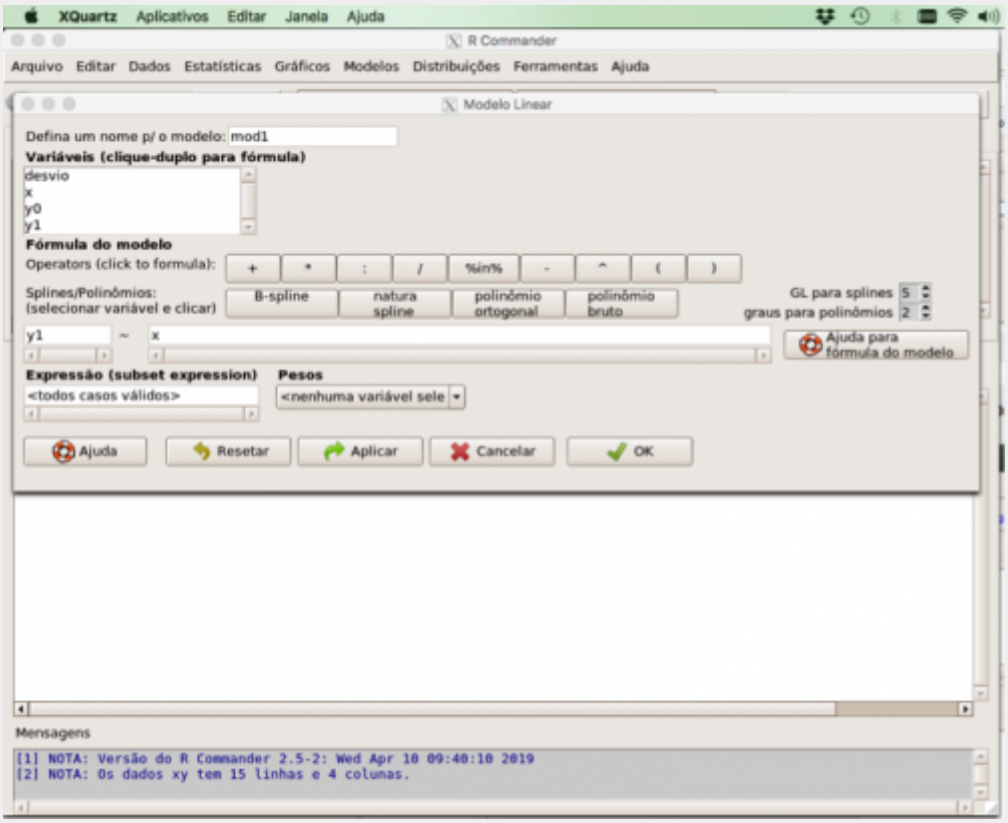
Criando o modelo no Rcmdr

Abra o menu **Statistics** > **Fit Models** > **Linear Models...**

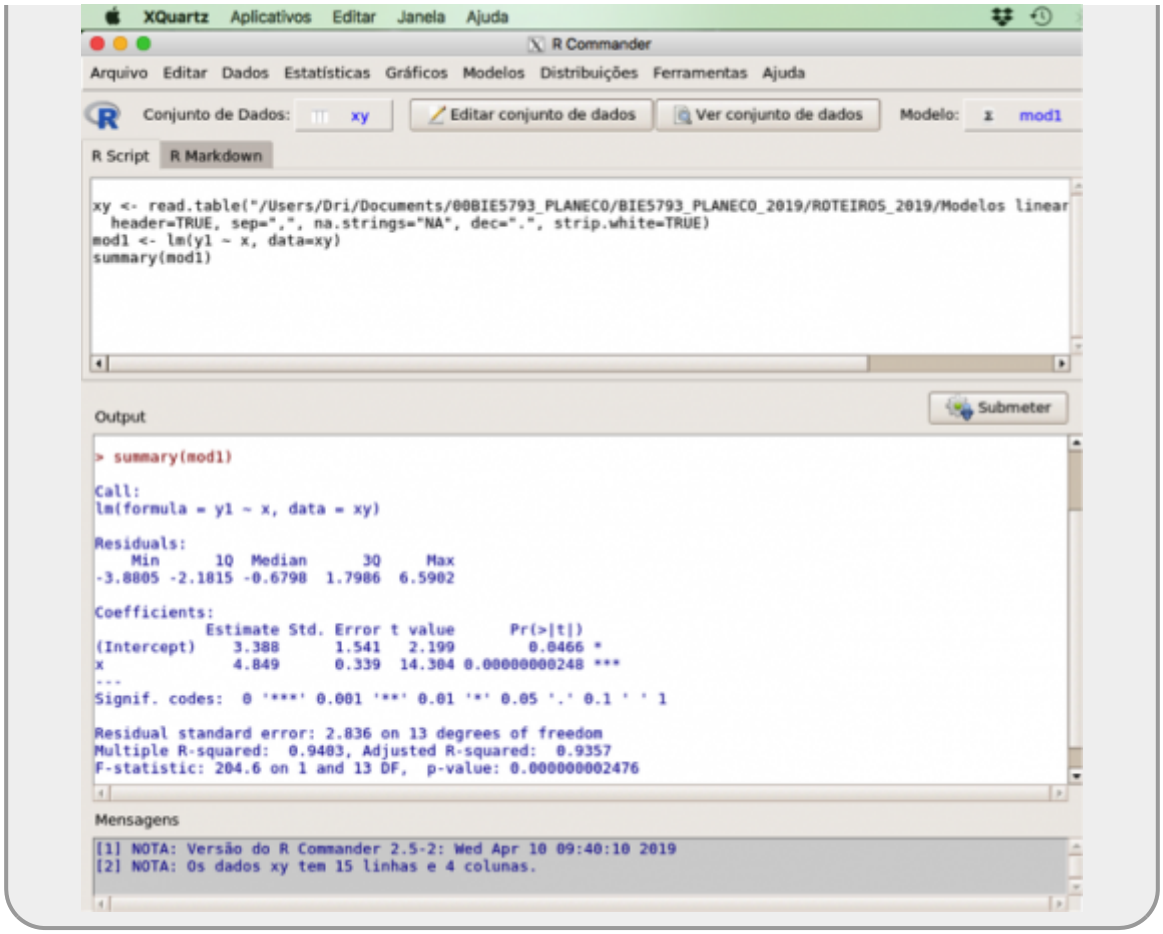


- Defina o nome desse modelo como **mod1**
- A fórmula do modelo tem duas caixas. Na caixa da esquerda (antes do símbolo ~) você deve colocar a variável resposta, que nesse caso é a nossa variável **y1**.
- Na caixa da direita (após o ~) coloque a variável preditora, que nesse caso

é a variável **x**



- interprete o resultado do ajuste. Onde está o valor da inclinação da reta ajustada?
- copie o resultado do **summary** do modelo que aparece na janela **Output**



Resultados do Modelo I

Anote os valores do resultado da análise na planilha modelo linear I

ATENÇÃO A PLANILHA GOOGLE PODE ESTAR FORMATADA PARA DECIMAL COM ,. CONFIRA AO FAZER A TRANSPOSIÇÃO DE VALORES

Múltiplos Experimentos

A base da estatística frequentista é que uma amostra e seus resultados são apenas uma realização dentre os possíveis resultados provenientes de uma população real, a qual não temos acesso. Utilizando os resultados de outros alunos na tabela modelo linear I, vamos investigar alguns conceitos importantes.

1. Baixe a planilha modelo linear I no seu computador, depois de incluir o seu dado. Não se preocupe em esperar todos os colegas completarem a planilha, por isso utilizamos os dados de outros anos. **Não calcule nenhum valor diretamente na planilha do Google**

2. Calcule a média e o desvio padrão dos parâmetros dessa planilha
3. Conte o número de vezes que o p-valor foi maior do que 0.05.
4. Responda as perguntas indicadas no questionário no final dessa atividade.

Incertezas

Para entendermos melhor o que afeta nossas estimativas e também o resíduo do modelo (ou erro), vamos fazer uma pequena modificação nos nossos dados simulados, aumentando (MUITO!) a variabilidade do nosso sistema. Para isso precisamos apenas mudar o parâmetro dos dados simulados associados à sua variância (no caso, o parâmetro desvio padrão). Desta forma, a nossa população estatística incorpora maior variabilidade. Isso, por consequência, afeta nossas estimativas. Vamos investigar como:

- simule um novo conjunto de dados usando os mesmo passos anteriores, mudando apenas o comando:

INV.NORM.N(ALEATÓRIO(); 0 ; 2)

para:

INV.NORM.N(ALEATÓRIO(); 0 ; 4)

- refaça todos os cálculos

Resultado do Modelo II

Guarde os resultados base do modelo na planilha modelo linear simples II

Salve o arquivo com os dado simulados pois iremos utilizá-lo no próximo roteiro.

PARA ENTREGAR ANTES DO INÍCIO DA PRÓXIMA AULA

Preencha as perguntas no formulário abaixo até antes da próxima aula ou a data estipulada pela equipe da disciplina. Caso tenha algum problema, faça pelo link https://forms.gle/xKbJrBhEQgvzQ6cG6. Em caso de mais de uma submissão, a última, antes do final do prazo, será considerada.

[1)]

Em versões mais antigas do Excel, essa função tinha o nome de *INV.NORM* e para computadores em inglês use a função no seguinte formato: *=NORM.INV(RAND(); 0; 2)*, no calc do LibreOffice use *=NORMINV(RAND(),0,2))*.