Da falsa questão de Elton
a um mundo novo

Em 1941, sozinho em seu apartamento em Buenos Aires, o grande contista argentino Jorge Luís Borges escreveu "*La Biblioteca de Babel*", uma delirante metáfora sobre a forma pela qual o Universo seria organizado. O Universo seria uma biblioteca infinita, com salas hexagonais, escadarias, corredores e estantes cheias de livros que pareciam nunca se repetir, até a eternidade. Nesta imensidão, Borges entreviu uma ordem sutil e inesperada:

"Acabo de escribir [que la biblioteca es] infinita (...) Digo que no es ilógico pensar que el mundo es infinito. Quienes lo juzgam limitado, postulam que en lugares remotos los corredores y escaleras y hexágonos pueden inconcebiblemente cesar – lo cual es absurdo. Quienes lo imaginan sin límites, olvidan que los tiene el número posible de libros. Yo me atrevo a insinuar esta solución del [deste] antiguo problema: La Biblioteca es ilimitada y periódica. Si un eterno viajero la atravesa en cualquier dirección, comprobaría al cabo de los siglos que los mismos volúmenes se repitem en el mismo desorden (que, repetido, sería un orden: el Orden). Mi soledad se alegra con esa elegante esperanza."

Borges certamente mal desconfiava disso, mas usando apenas sua imaginação pressentira, sem estudos científicos ou modelos matemáticos, uma das idéias mais profundamente revolucionárias da ciência no século XX: o caos determinístico. Como em tantos outros campos do conhecimento, esta idéia explodiu como uma verdadeira bomba na ecologia de populações. De uma só vez, mostrou que a própria questão que deu origem à disciplina não poderia ser respondida dentro da visão de mundo tradicional, mas que a resposta podia ser encontrada numa nova perspectiva, baseada em uma ordem antes insuspeitada no Universo, uma ordem desconcertante e de assombrosa beleza.

Para muitos, ou pelo menos para os ingleses, o pai da ecologia acadêmica foi Charles Elton (os americanos preferem atribuir tão honrosa paternidade a George Evelyn Hutchinson; ver capítulo 2). Patriotismos à parte, a maioria dos historiadores concorda que pelo menos o ramo que conhecemos hoje como ecologia de populações nasceu com Elton. E isso aconteceu de forma surpreendente, por volta de 1920, quando o jovem Elton, iniciando carreira em Oxford, pôs os olhos nos registros de comércio de peles pela distante Hudson Bay Company, do Canadá. Os registros davam conta dos números de peles de lebres e de seus predadores, os linces, que haviam dado entrada nos entrepostos da companhia, ano por ano, desde meados do século XIX. Elton logo observou um fato curioso: havia um padrão na variação do número de peles de lebre de ano para ano, de forma tal que os números pareciam oscilar de forma cíclica, atingindo picos muito altos aproximadamente a cada dez anos, depois caindo vertiginosamente a números muito menores (o chamado "*crash*" populacional) e então se recuperando gradualmente até o pico seguinte.

Elton imediatamente percebeu que esse era um padrão estranho. A maioria das espécies animais, seja de mamíferos, de aves ou de insetos, mostram variações sazonais de suas populações, dentro de um mesmo ano. Por exemplo, a maioria dos roedores silvestres na Europa começam a se reproduzir na primavera, depois de passados os rigores do inverno. Com o início da reprodução, a população começa a aumentar, e continua aumentando durante os meses favoráveis do verão e início do outono, quando muitos frutos e insetos são disponíveis e o clima

é relativamente benigno. Depois, com a deterioração das condições no final do outono e no inverno, a reprodução pára, a mortalidade aumenta e as populações começam a diminuir, até começarem a se recuperar de novo com a chegada da nova primavera. É normal, portanto, que as populações variem previsivelmente entre estações – não entre anos.

Era verdade que se sabia, desde antigas tradições européias, que populações de alguns mamíferos árticos atingem números muito altos a intervalos de vários anos. O exemplo mais conhecido era o dos lemmings, roedores da Escandinávia os quais, segundo as antigas lendas nórdicas, se suicidam em massa atirando-se ao mar quando as populações atingem níveis altos demais. Além das lebres e dos lemmings, outras espécies de mamíferos da Europa e da América do Norte também apresentam flutuações populacionais cíclicas, especialmente os "voles", pequenos roedores similares a porquinhos da índia, cujas populações pareciam atingir picos a cada quatro anos. No entanto, ninguém antes tivera dados mostrando tais ciclos no grau de detalhe que Elton agora dispunha com as lebres, e comprovando que a periodicidade dos picos e "crashes" era tão regular, que gerava flutuações populacionais "cíclicas" com período de dez anos. Mas, havia mais nos dados da Hudson Bay Company. Continuando a analisá-los, Elton notou algo ainda mais intrigante: os números de peles de *linces* também pareciam oscilar com a mesma periodicidade de dez anos, com os picos parecendo coincidir com os das lebres.

Elton refletiu sobre o que tinha diante de si e uma hipótese fascinante veio à sua mente: a de que as oscilações populacionais da presa (as lebres) controlavam as do predador (os linces) e vice-versa. Quando a população de lebres estava em pleno crescimento, a comida para os linces era abundante e conseqüentemente a sua população crescia também. No entanto, à medida que os linces se tornavam abundantes demais, o estrago que faziam na população de lebres se tornava demasiado e as lebres começavam a escassear. Em grande número e agora com pouca comida, os linces seguiam as lebres no declínio. Quando os linces ficavam raros, a população de lebres estava livre para crescer de novo, recomeçando o ciclo.

A hipótese de Elton, hoje conhecida como oscilações acopladas predador-presa, foi discutida por ele no primeiro livro a se chamar "*Animal Ecology*", em 1927, e era consistente com as predições de modelos teóricos sobre predação desenvolvidos pelo americano Alfred Lotka e pelo italiano Vito Volterra aproximadamente na mesma época. A hipótese das oscilações acopladas gerou um explosivo interesse pelo assunto. Em 1942, Elton publicou um livro clássico ("*Voles, Mice and Lemmings: Problems in Population Dynamics*") em grande parte dedicado ao problema de explicar as flutuações populacionais cíclicas. O que haveria de especial nos processos ecológicos que atuavam sobre as populações dessas espécies, que fazia a flutuação de seus números se desenrolar ao longo de vários anos, ao invés de flutuar entre as estações dentro de um ano, como acontecia com a maioria das espécies? Esta era a grande questão de Elton.

A explicação das oscilações acopladas predador-presa era simples e interessante, mas cedo problemas começaram a aparecer. Ecólogos começavam a se questionar se a população de um animal com capacidade reprodutiva tão menor (o lince) podia de fato controlar a de um outro com capacidade reprodutiva tão maior (a lebre). Mas uma outra evidência mais

esmagadora abalou de vez a credibilidade da hipótese das oscilações acopladas: a constatação de que em várias ilhas no Canadá, onde não haviam linces, as populações de lebres flutuavam com uma periodicidade de cerca de dez anos, assim como no continente. Talvez de alguma forma os linces dependessem das lebres, mas claramente o fato de as populações das lebres serem cíclicas não dependia dos linces como Elton havia sugerido.

Durante as décadas seguintes, muitas hipóteses foram sendo apresentadas para responder à questão de Elton: o que faz uma população ser cíclica? No entanto, várias hipóteses foram descartadas e as restantes, se não descartadas, não puderam ser comprovadas.

A idéia intuitiva de que a disponibilidade de alimentos dirigisse os ciclos foi logo abandonada como explicação, pois no caso dos voles, que são comedores de gramíneas, havia ampla evidência que as populações entravam em declínio mesmo em épocas em que havia grande fartura de alimento nos locais onde eles viviam.

Foi proposto que as flutuações cíclicas seriam causadas por epidemias, mas era difícil explicar pelas epidemias uma periodicidade tão regular como a dos ciclos, e nem era claro se as epidemias que chegavam a acontecer eram um mero efeito de populações altas demais, ao invés de causa das flutuações.

Propôs-se estão que o "*crash*" seria causado por estresse excessivo dos animais em números muitos altos, mas novamente não foi possível mostrar que o estresse não era um mero efeito colateral do pico populacional, ao invés de ser a causa por trás dos ciclos. O inglês Dennis Chitty aperfeiçoou então a hipótese, propondo no final da década de cinqüenta que havia uma base genética para o estresse e que a composição genética das populações mudaria durante os ciclos: quando o número de animais era pequeno, predominariam genótipos de animais pouco competitivos (daí pouco estressados) mas bons reprodutores, enquanto em altas densidades populacionais seriam selecionados animais que competissem melhor com os outros, e portanto mais estressados e que em função disso deixariam a reprodução de lado. Embora engenhosa, a hipótese de Chitty nunca pode ser comprovada.

Charles Krebs, por sua vez, estudou na América do Norte o papel que a dispersão de indivíduos teria para gerar os ciclos. A idéia básica era que quando os números estivessem subindo demais os animais tenderiam a se mover para áreas adjacentes, levando então os números a se estabilizarem e caírem. Esse mecanismo podia ser acoplado ao de Chitty, admitindo-se que os indivíduos com genótipos para serem menos competitivos seriam os primeiros a migrar, gerando então o tipo de alternância de composição genética que o pesquisador britânico postulava. Durante décadas Krebs trabalhou diligentemente para testar tais idéias, inclusive fazendo interessantes experimentos de campo com cercas, que impediam movimentos de voles, e observando os efeitos disso sobre a dinâmica das populações desses animais. No entanto, ele nunca logrou mostrar convincentemente que a dispersão podia explicar os ciclos.

Os anos se passavam e hipótese após hipótese era apresentada sem que houvesse nenhum consenso entre os ecólogos sobre a causa dos misteriosos ciclos. Explicações cada vez mais bizarras apareciam. Num artigo de título provocativo ("Será que as lebres comem linces?"), o americano Michael Gilpin chamou a atenção em 1973 para o fato de que em vários casos

o pico populacional dos linces parecia de fato preceder o das lebres, o que não poderia ser explicado pela hipótese de Elton. Gilpin sugeriu que de fato eram as lebres que se comportavam como predadores dos linces, não no sentido usual de devorá-los, mas sim como vetores de doenças que abaixavam as populações dos linces. Chegou-se a sugerir ainda que os ciclos das populações de lebres eram dirigidos pelas manchas solares, um fenômeno astronômico que aparece a intervalos de pouco menos quase dez anos, e que gera um pequeno aumento da quantidade de energia solar que chega à Terra. No entanto, na verdade, há uma diferença de vários meses entre os períodos das manchas e dos ciclos, de modo que qualquer sincronia entre as duas coisas seria rapidamente quebrada: os padrões simplesmente não se encaixam.

No início dos anos oitenta, o sueco Hansson e o finlandês Henttonen deram um passo de grande importância ao chamar a atenção para uma tendência a que a duração dos ciclos variasse dentro de cada espécie de vole de maneira sistemática, seguindo gradientes latitudinais. Populações em latitudes mais altas na Europa, próximas ao círculo ártico, tinham ciclos de duração mais longa (tipicamente quatro anos). Indo em direção a latitudes mais baixas, a duração dos ciclos diminuía, para dois a três anos, em muitas populações da Europa continental, e finalmente para o ciclo inteiro dentro de um mesmo ano (flutuações sazonais) em populações próximas ao Mediterrâneo. Essa tendência já havia sido mencionada antes, mas Hansson e Henttonen foram os primeiros a documentá-la, implicando que, qualquer hipótese que se propusesse a explicar satisfatoriamente os ciclos teria que explicar por que sua duração varia com a latitude. Como veremos depois, esse pode ser um ponto decisivo para compreender os ciclos, embora isso não tenha ficado claro, de modo geral, quando os dois escandinavos mostraram o padrão.

A cada tentativa fracassada de explicação, a frustação dos ecólogos aumentava. Cientistas brilhantes como Chitty (discípulo de Elton) e Krebs (discípulo de Chitty) gastaram suas carreiras inteiras procurando a resposta sem conseguir encontrá-la. O próprio George Hutchinson (capítulo 2) uma vez escreveu uma revisão com um título caracteristicamente original, "nati sunt mures, et facta est confusio" ("os ratos nascem, está feita a confusão"), na qual criticava a "...confusão que hoje permeia todo o assunto..." dos ciclos populacionais. Mais de vinte hipóteses foram propostas para explicar os ciclos, sem que nenhuma delas estivesse próxima de atingir um consenso. Lá pelos anos oitenta, a ecologia de populações se encontrava num impasse, sem conseguir responder à questão que Elton havia feito seis décadas antes.

Lembro-me bem do dia em que eu, na época estudante de graduação, me deparei por acaso, na biblioteca da Universidade, com um artigo cujo título me chamou a atenção. O artigo havia sido publicado uns dez anos antes por Robert M. May na prestigiada revista científica *Nature*, e o título dizia "*Simple mathematical models with very complicated dynamics*". Eu era (e ainda sou) um apaixonado por biologia, mas por biologia de bichos e plantas reais, concretos, e não por abstratos modelos teóricos. Lembro-me perfeitamente do que pensei: "Modelos simples com dinâmicas muito complicadas? E daí, pra que serve isso? Quem iria se interessar por uma coisa dessas?" Mal imaginava eu que estava diante de um artigo que viria a ser um dos mais citados da história da Ecologia, e muito mais do que

isso, um dos artigos científicos mais importantes do século XX. Seu autor, Robert May, viria a ser considerado uma das mil personalidades mais importantes do século pelo jornal britânico The Times, sendo o único ecólogo – e um dos poucos cientistas de qualquer área – a ser incluído nessa prestigiosa lista.

O que havia no famoso artigo? Anos mais tarde, depois de ter descoberto o caos determinístico por outras fontes e de ver muitas citações do "Simple mathematical models...", voltei a ele com outros olhos.

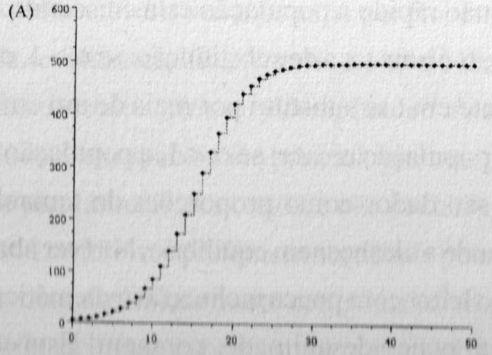
O que May fez foi estudar o comportamento de um modelo matemático muito simples, que os ecólogos conheciam havia décadas, e que era usado para descrever o crescimento de uma população de organismos por uma equação de diferença. O modelo utilizado foi o seguinte:

$$N_{t+1} = \alpha . N_t . (1 - N_t)$$

Onde N_{t+1} é o tamanho da população no momento $t + 1$, N_t é o tamanho da população no momento anterior, t, e α é a taxa de crescimento populacional, ou seja, um parâmetro que indica quão rápido a população está crescendo. Para ser mais preciso, α é uma taxa de substituição: se $\alpha > 1$, cada indivíduo presente em t se substitui por mais de um em $t + 1$, de forma que a população cresce; se $\alpha < 1$, a população diminui. Já N_{t+1} e N_t são dados como proporções do tamanho que a população tende a alcançar em equilíbrio, N* (ver abaixo).

Se o leitor com pouca inclinação matemática começa a se sentir um pouco desanimado, coragem! Esta equação é simples, seu comportamento é inteligível e as recompensas por entendê-lo são enormes, eu garanto. Alternativamente, se o leitor preferir, pode também simplesmente acreditar que todos os gráficos da figura 1 e uma imensa variedade de outros padrões são gerados por esta mesma equação, alterando-se apenas o valor da taxa de crescimento populacional; e então pular as próximas cinco ou seis páginas e ir direto para as conseqüências filosóficas desse fato.

Voltando à equação. Mencionei que se trata de uma equação de diferença, e não de uma equação diferencial. Esta toda a diferença do mundo, como veremos.



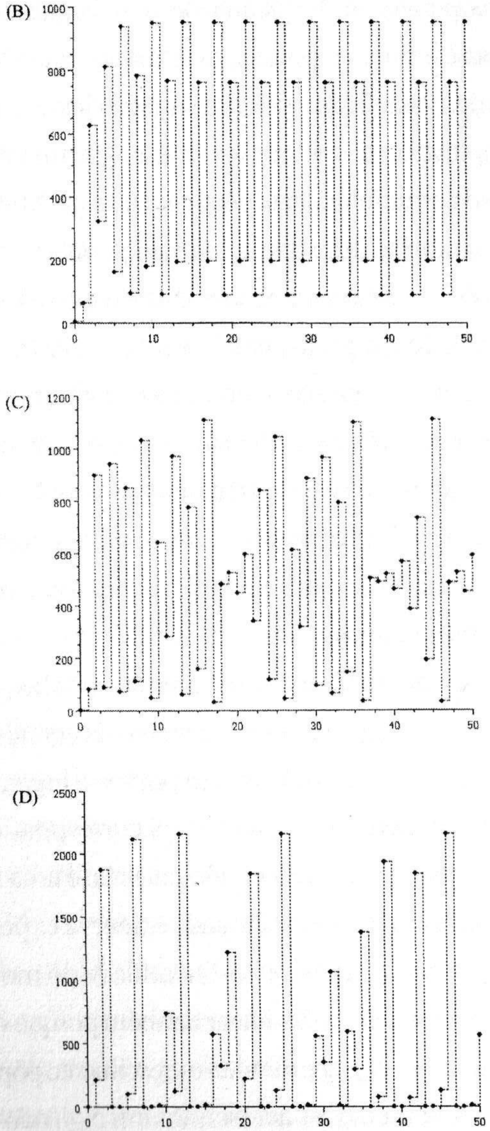


Figura 1. Variedade de comportamentos dinâmicos de uma população, gerados por um mesmo modelo de equação de diferença, $N_{t+1} = \alpha.N_t.(1 - N_t)$. Nos quatro gráficos, a equação é a mesma, variando apenas o valor da taxa de crescimento populacional, α: (α) α = 1,3, a população alcança um equilíbrio estável; (b) α = 3,5, ciclo de periodicidade quatro; (c) α = 3,85 e (d) α = 4,8, padrões que superficialmente parecem flutuações aleatórias, mas não são.

distinção parece uma mera tecnicalidade, mas é fundamental para entender nosso caminho rumo ao caos. Uma equação diferencial, que incluiria derivadas, descreveria a variação instantânea do tamanho da população, ou melhor, a variação em um intervalo de tempo tendendo ao infinitamente pequeno. Já a que May estudou, muito mais simples, descreve a diferença entre o tamanho populacional em dois momentos sucessivos (t e t + 1), separados por uma unidade de tempo, a qual não é necessariamente pequena. Portanto, numa equação de diferença o tamanho populacional num momento é influenciado (de acordo com as regras especificadas no modelo) pelo tamanho da população *em um momento passado*. Em outras palavras, neste modelo *há um atraso na resposta*. Pode parecer sutil mas faz toda a diferença do mundo, como veremos.

Um segundo e último ponto precisa ser salientado antes de começarmos a estudar o comportamento da equação acima: *trata-se de um modelo não-linear*. Em primeiro lugar, porque a primeira parte do modelo, $N_{t+1} = \alpha.N_t$, já corresponderia a um crescimento exponencial, que naturalmente não é uma função linear. Quanto maior o α, mais acentuada é a curva exponencial – pode-se dizer, maior o grau de não-linearidade do modelo. Em segundo lugar, o modelo é não-linear também porque devido ao termo "regulador" $(1 - N_t)$, que diminui o crescimento populacional à medida que N_t aumenta, os acréscimos em N_{t+1} não são mais meramente exponenciais (a função exponencial tende a ser desacelerada). O efeito disso pode ser compreendido mais facilmente se colocarmos em um gráfico a maneira como o tamanho populacional varia ao longo do tempo. Isso é feito na Figura 1, onde plotamos o tamanho populacional N (no eixo vertical) em relação ao tempo (no eixo horizontal). Observando-se por exemplo o primeiro gráfico (Figura 1a), pode-se notar que em momentos diferentes do crescimento populacional uma dada variação de tempo vai corresponder a acréscimos diferentes em N_{t+1}.

Os ecólogos antes de May sabiam bem o que acontecia neste modelo. Como o termo $(1 - N_t)$ multiplica o crescimento populacional (dado por $\alpha.N_t$ na equação), a população cresceria rápido no início (pois com N_t tendendo a zero, $1 - N_t$ tenderia a 1, e portanto o crescimento populacional não seria diminuído). No entanto, à medida que a população presente aumentasse, o termo $(1 - N_t)$ tenderia a valores cada vez menores, que multiplicariam o termo $\alpha.N_t$. Deste modo, o crescimento iria se desacelerando aos poucos à medida que N_t fosse aumentando, até se estabilizar suavemente em um número de equilíbrio (N^*) que corresponderia ao tamanho populacional que o ambiente poderia sustentar. No gráfico, o crescimento populacional seria bem descrito por uma curva em forma de S (Figura 1a). Ou seja, a variação do crescimento populacional é dita dependente de densidade: a própria densidade populacional regularia o crescimento da população, até que ela se estabilizaria.

May começou a estudar o comportamento dinâmico do modelo, ou seja, como se alteravam os valores da variável explicada pelo modelo (no caso N_{t+1}) à medida que se variavam os valores dos parâmetros. O que ele fez foi alterar gradativamente o grau de não-linearidade, aumentando a taxa de crescimento populacional, α. Para seu espanto, ele observou que todo o comportamento do modelo mudava dramaticamente. Aumentando o grau de não-linearidade, o resultado era diferente não só quantitativamente, mas também qualitativamente. Essa simples manipulação afetava não só o tamanho populacional de equilíbrio, mas a própria possibilidade de alcançar qualquer equilíbrio. Vejamos como foi alcançada esta surpreendente conclusão.

Com valores baixos de α (pouco acima de 1), a população cresce rápido no início, e depois gradativamente cada vez mais devagar, até se estabilizar suavemente em um tamanho populacional de equilíbrio (o já mencionado N*). Se aumentamos a um pouco mais, o tamanho populacional cresce até na verdade ultrapassar N*, depois desce até um pouco abaixo do valor de equilíbrio, sobe de novo até um pouquinho acima dele e assim vai, em oscilações progressivamente menores à volta de N*, até finalmente se estabilizar neste valor (Figura 1 a).

Entender o porquê desta oscilação é simples e importante, pois na verdade é o ponto central de todo o argumento. Lembremos que no modelo a população é regulada pela sua própria densidade, de modo que quanto mais alta, menos cresce. E lembremos também que há um atraso na resposta, ou seja, o crescimento da população é determinado pelo seu tamanho *uma unidade de tempo antes*. Se não houvesse atraso na resposta, quando o tamanho da população chegasse a N*, o "termo regulador" (1 - N_t) imediatamente valeria zero e o crescimento pararia. Mas com atraso na resposta, a "instrução" que o modelo dá ao tamanho da população (no caso, N_{t+1}) quando ele chega a N* é baseada no valor de N_t, isto é, o tamanho da população uma unidade de tempo antes – quando ela ainda estava um pouco abaixo do equilíbrio. Portanto, (1 - N_t) ainda é ligeiramente positivo: a "instrução" do modelo à população é "você ainda está abaixo de N*, portanto pode crescer um pouco mais". Assim ela faz, e portanto ultrapassa N*. Não ultrapassa muito, pois lembre-se, uma unidade de tempo antes N_t já estava perto de N*, portanto a "instrução" do modelo é para crescer devagar.

No momento seguinte, no entanto, N_t está acima de N* e portanto a "instrução" do modelo à população é "desça um pouco, você está um pouquinho acima de N*". Ao fazer isso a população passa por N* outra vez – agora descendo. Na verdade fica logo abaixo de N*, pois afinal passou pouco acima dele, e portanto a "instrução" é para descer, mas só um pouquinho. Como agora está de novo abaixo de N*, o processo se repete, mas como está muito perto a "instrução" é crescer, mas só muito pouco – e assim por diante. A cada oscilação a diferença em relação a N* é menor. Deste modo, como resultado da dependência de densidade com atraso na resposta, o tamanho populacional descreve oscilações cada vez menores ao redor do valor de equilíbrio, até finalmente se estabilizar neste valor.

À medida que α aumenta, o crescimento populacional cruza N* com mais ímpeto, portanto a população alcança números mais altos antes de ser "puxada para baixo" pelo modelo. Conseqüentemente as oscilações são cada vez mais amplas e precisam de cada vez mais tempo para serem corrigidas, mas a população ainda se estabiliza no final. Até aí o resultado não deixa de ser intuitivo: com atraso na resposta, a população demora a se estabilizar, mas acaba se estabilizando em um valor fixo.

May continuou aumentando o valor de α, e para seu espanto, o que ele via se tornava cada vez mais surpreendente e contra-intuitivo. Para um dado valor de α, subitamente a população não mais se estabilizava em nenhum valor fixo. Oscilava, isso sim, entre dois valores, um alto e um baixo. A curva que descrevia a variação do tamanho populacional parecia uma seqüência de ondas com cristas e vales, sem jamais se nivelar. Mais precisamente, o que acontecia é que a população crescia rápido, a regulação populacional com atraso na resposta a jogava violentamente para baixo, mas tão violentamente que ela caía para números tão baixos que começava a crescer muito rápido de novo, indo para números altos demais que a faziam cair de novo lá para baixo, e assim por diante. Os valores alcançados nas "cristas" e nos "vales" *eram sempre idênticos*, ou seja, era como se houvesse dois pontos de equilíbrio, mas nos quais a população nunca parava. *Não havia mais nenhum ponto de equilíbrio fixo, mas sim a população oscilava permanentemente entre dois pontos de equilíbrio instáveis.* May tinha acabado de obter no computador um padrão similar ao de uma flutuação populacional de periodicidade dois.

As surpresas estavam só começando... Com um valor de α por volta de 3,5, a população no modelo passava a descrever uma flutuação de padrão mais complexo, similar a uma onda de eletrocardiograma, passando não por dois, mas por *quatro* pontos de equilíbrio instável. A população passara diretamente de um ciclo de periodicidade dois para um ciclo de periodicidade quatro (Figura 1b). Depois, *com aumentos cada vez menores de* α, a flutuação se tornava cada vez mais complexa, duplicando abruptamente, vez após vez, a periodicidade de seus ciclos, passando por oito pontos de equilíbrio instável, depois por dezesseis, e depois, em cascata, cada vez mais rápido, ciclos de periodicidade 32, 64, 128, 256...

O valor de α chegou a aproximadamente 3,57 e, de repente, diante dos olhos maravilhados de May, apareceu o gráfico de uma flutuação populacional extremamente complexa, um caos onde não era possível distinguir nenhuma periodicidade, nem sequer nenhum padrão (Figura 1c). Qualquer ecólogo que visse um gráfico daqueles descrevendo a flutuação populacional de um organismo real diria imediatamente que a população estava flutu-

ando meramente ao sabor do acaso. Mas May sabia perfeitamente que não era isso. Ele não fizera nada além de alimentar o computador com valores cada vez maiores para um único parâmetro do modelo mostrado acima, e observar o comportamento da população naquelas condições. E o modelo era absolutamente determinístico: não havia nele nenhum termo que fosse dado por alguma probabilidade, nenhum componente probabilístico, portanto. May percebeu, com um choque, a inacreditável explicação correta: *a periodicidade dos ciclos tinha "explodido", e aquilo era um ciclo de periodicidade infinita.* Diante de si ele tinha o gráfico de uma flutuação populacional com um número infinito de pontos de equilíbrio instável, que era absolutamente indistinguível de uma flutuação aleatória. E, no entanto, não havia nada de aleatório naquele padrão: ele havia sido gerado por um modelo inteiramente determinístico. Aquela flutuação selvagem, aquele gráfico caótico era apenas um padrão pseudo-aleatório, gerado por processos que nada tinham de acaso: um exemplo do que viria a ser conhecido por caos determinístico.

Os choques estavam apenas começando, e agora se sucediam com violência crescente. May foi aumentando α ainda mais, e o que via nos gráficos era cada vez mais fantástico e perturbador. Durante algum tempo continuavam aparecendo flutuações pseudo-aleatórias. De repente, como que vinda do nada, surgiu uma flutuação populacional de periodicidade três. Depois novamente o período se duplicava e iam aparecendo flutuações de periodicidade seis, 12, 24, 48.... Até que o período novamente explodia até o infinito e se chegava a uma nova faixa de valores de α para os quais as flutuações pareciam aleatórias. Aumentando α ainda mais, repentinamente surgia uma nova faixa na qual surgiam ciclos de periodicidade sete, 14, 28, 56..., depois outra faixa de flutuações pseudoaleatórias. Perante os olhos fascinados de May, surgiam faixas sucessivas de valores de α que correspondiam a faixas de ciclos de periodicidade regular ("janelas de ordem"), alternadas com faixas de flutuações pseudo-aleatórias ("janelas caóticas"). Novas janelas de ordem apareciam, nas quais o período dos ciclos se iniciava com cada um dos números primos e era então sucessivamente duplicado até explodir rumo ao infinito. Um novo e desconcertante tipo de ordem, de maravilhosa precisão e inacreditável complexidade, aparecia no comportamento daquela equação tão simples.

Ao escrever o famoso artigo, May não sabia de dois pontos que lhe teriam feito perceber que o que tinha em mãos era ainda muito mais fantástico do que ele pensava. O primeiro ponto é que o padrão ali descrito era muito mais universal do que ele ousara imaginar. Trabalhos nos anos seguintes mostraram que uma imensa variedade de modelos, provindos da maioria dos campos da ciência (física, meteorologia, química, etc.) resultam em comportamentos dinâmicos idênticos ao descrito acima. Toda a ordem vislumbrada por May era característica da solução não apenas do modelo que ele usou, mas de toda uma imensa família de modelos, que compartilhavam apenas duas características: não-linearidade e atraso na resposta.

A segunda coisa que May ignorava é que a ordem descrita por ele era ainda muito mais incrivelmente precisa do que podia supor sua mais audaciosa imaginação. Eu mencionei acima que eram necessários aumentos cada vez menores de α para que fossem obtidas duplicações sucessivas de período. Vamos dizer que para uma população passar de um ciclo de período dois para um de período quatro seja preciso aumentar o valor de α de uma

quantidade A1; para passar de período quatro para oito seja preciso aumentar a α de uma quantidade A2 que é menor que A1; para passar de período oito para dezesseis seja preciso acrescentar a α uma quantidade A3 que é menor que A2; e assim por diante. Um físico chamado Mitchell Feingenbaum, usando um outro modelo com comportamento caótico, calculou o quão menor era o acréscimo em α necessário para obter a segunda duplicação, em relação ao que havia sido necessário para obter a primeira – ou seja, o quociente A1/A2. Ele encontrou 4,6692016090. A seguir calculou A2/A3, e encontrou 4,6692016090. Calculou A3/A4 e encontrou 4,6692016090. Depois A4/A5 e encontrou... bem, adivinhe. Para todas as duplicações numa mesma janela de ordem, ele encontrou sempre o mesmo valor. Passou para outras janelas de ordem dentro do mesmo modelo, e em cada uma delas encontrou sempre o mesmo valor em cada uma das duplicações. Mudou então o modelo. Passou para outro modelo com comportamento caótico e em cada duplicação obteve sempre o mesmo valor. Passou para outros modelos ainda, *todo e qualquer modelo com comportamento caótico que ele pode encontrar, e encontrou sempre o mesmo valor.* Para avaliar a precisão da coincidência, refez os cálculos com um supercomputador. Mesmo calculando com uma precisão que ia até a vigésima milionésima casa decimal depois da vírgula, o valor era absolutamente idêntico em todos os casos. Feigenbaum ficou assombrado. Nem ele, nem ninguém esperava que, vinte e cinco séculos depois de Pitágoras, uma constante matemática tão universal quanto π ainda estivesse esperando por ser descoberta.

E agora, onde ficamos depois deste verdadeiro furacão?

Antes de tudo, cabe voltar ao Borges com outros olhos, e especular se ele de fato pressentira o caos determinístico ao escrever "A Biblioteca de Babel". O que mais podemos pensar ao ler sobre o comportamento acima: uma mesma desordem, a qual, repetida, forma uma nova ordem? Coincidência ou não, ele anteviu, em seus delírios, a essência do caos.

Mas há muito mais. A fantástica decoberta de May e de seus colegas trazia não menos do que quatro verdadeiras bombas filosóficas. Quatro idéias violentamente contra-intuitivas e revolucionárias, que iriam virar toda a nossa concepção de mundo de cabeça para o ar.

A primeira bomba estava no título, "Modelos muito simples com dinâmicas muito complicadas". O bom-senso diz que fenômenos simples devem ter explicações simples, enquanto fenômenos complexos devem ter explicações complexas. O caos determinístico veio mostrar que essas afirmações nem sempre são verdadeiras. Mais do que isso, se relações fortemente não-lineares são regra ao invés de exceção na Natureza, como hoje pensam muitos cientistas, essas duas afirmações que parecem tão obviamente verdadeiras podem ser falsas na grande maioria dos casos. Fenômenos muito simples podem ter causas muito complexas, e, como visto acima, padrões extremamente complexos podem ser causados por processos extremamente simples. Nossa compreensão das relações de causa e efeito nunca mais será a mesma.

A segunda bomba é uma característica particular dos modelos caóticos: o fato de que mesmo uma minúscula diferença nas condições iniciais gera uma imensa diferença no resultado final. Por exemplo, podemos analisar o crescimento de duas populações usando o modelo descrito acima, sendo uma delas com uma taxa de crescimento $\alpha = 3{,}00000000$, e a outra com $\alpha =$

3,000000001 (uma diferença de um bilionésimo de unidade). As variações numéricas das duas populações serão similares no início, mas depois pouco a pouco irão se tornando diferentes, e após poucas unidades de tempo os padrões serão inteiramente diferentes, sem ter absolutamente nenhuma similaridade um com o outro, e não será de modo algum possível reconhecer que os dois padrões vieram de equações similares. Este fenômeno profundamente contra-intuitivo é conhecido tecnicamente por dependência magnificada das condições iniciais, e popularmente por "efeito borboleta". O termo "efeito borboleta" foi criado por um de seus descobridores, o metereologista Edward Lorenz, que dizia que "uma borboleta batendo as asas sobre Pequim muda todo o clima em Nova Iorque". Exageros à parte, o efeito borboleta é um dos aspectos mais característicos do caos determinístico, a ponto de ser chamado de "assinatura do caos" por alguns autores.

O terceiro grande impacto filosófico é dado pelas conseqüências do segundo (o efeito borboleta). Padrões gerados por um modelo caótico determinístico são previsíveis, na prática, apenas a prazo muito curto. Vamos supor que estejamos usando um modelo caótico determinístico que seja o modelo correto para descrever a variação de uma população, e os parâmetros do modelo sejam todos estimados com imensa precisão, com o erro ínfimo de um em um bilhão. Como vimos no parágrafo anterior, o comportamento da população descrito em nosso modelo e da população real serão idênticos no princípio, mas pouco a pouco começarão a diferir e logo serão completamente diferentes. Chegamos a um violento paradoxo. Os modelos caóticos são inteiramente determinísticos, e portanto teoricamente teriam absoluta capacidade de previsão. No entanto, devido ao efeito borboleta, na prática não têm poder de previsão a não ser num prazo muito curto, uma vez que é impossível estimar os parâmetros com precisão *absoluta*. Novamente, isso é um dos aspectos mais característicos do caos, a ponto de ser utilizado para reconhecer o padrão gerado por um modelo caótico determinístico. A força do impacto desta constatação se faz evidente quando nos lembramos que em toda a história do pensamento ocidental, passando por Aristóteles, Descartes e tantos outros, sempre foram reconhecidos dois tipos de eventos: os ao acaso e os determinísticos. Nos eventos ao acaso, nenhuma previsibilidade é possível, independentemente do prazo (não importando o que achem os apostadores na roleta dos cassinos). Nos determinísticos, se é conhecido o modelo, completa previsibilidade é sempre possível, também independentemente do prazo (isto é, tanto a curto como a longo prazo). Com o caos determinístico, temos um terceiro tipo de evento no Universo. Neste novo tipo de evento, a previsibilidade, ao contrário do que acontece nos dois outros tipos, é dependente do prazo: à medida que se tenta prever mais unidades de tempo à frente, a previsibilidade vai diminuindo até se tornar nula. Uma vez que teoricamente seria possível ter completa previsibilidade num modelo caótico *se* fosse possível conhecer todos os parâmetros com *perfeita* precisão, pode-se dizer que o caos determinístico seja uma forma particular de determinismo (ao contrário do que sugere seu nome se usado sem o "sobrenome" "determinístico"). No entanto, como na prática isso é impossível, deve-se reconhecer que o caos é um tipo imensamente particular de determinismo, que se comporta como um terceiro tipo de evento. Tudo no Universo costumava ser ou determinado ou ao acaso. Não mais: agora pode também ser caótico.

O quarto impacto do caos não tem implicações tão

amplas quanto estes três, mas se isso pode parecer um anticlímax, respondo que me parece um fecho apropriado porque nos conduz de volta à questão de Elton. Voltemos à Figura 1. O mesmíssimo modelo populacional pode gerar populações estáveis, ciclos de qualquer periodicidade, padrões que lembram epidemias (Figura 1d), e padrões que parecem (mas não são) puro ruído aleatório. Tudo o que é preciso para passar de um comportamento a outro é variar o valor de um único parâmetro – no exemplo acima, aumentando a taxa de crescimento populacional, embora a mesma seqüência de comportamentos dinâmicos possa ser obtida, também, de outra maneira, aumentando o atraso na resposta. Ora, um mesmo modelo indica que o processo que está por trás de todos estes tipos de flutuação pode ser rigorosamente o mesmo. Ou seja, *a diferença entre populações cíclicas e populações não cíclicas pode ser puramente quantitativa, e não qualitativa* (assim como, ainda mais surpreendentemente, a diferença entre ambas e populações com padrões epidêmicos ou erráticos).

Voltemos portanto à questão de Elton: o que haveria de especial nos processos ecológicos que atuavam sobre as populações destas espécies, que as fazia ter uma variação cíclica? O caos determinístico sugere a mais desconcertante das respostas: nada. Os processos que regem a flutuação de uma população cíclica e de uma não-cíclica podem ser absolutamente idênticos. O que variaria seria não os processos, mas simplesmente os valores da taxa de crescimento populacional e/ou do atraso da resposta da população às variações ambientais – ambos parâmetros facilmente interpretáveis biologicamente. Esta hipótese pode não estar correta, mas tem o mérito de ser a única a fornecer uma explicação simples e plausível para os gradientes latitudinais na duração dos ciclos, descritos por Hansson e Henttonen. Lembre-se do trabalho de May, em que um aumento da taxa de crescimento conduz a sucessivos aumentos da duração dos ciclos. Ora, sabe-se que dentro de cada espécie a taxa reprodutiva geralmente é maior em populações de latitudes mais altas, que tendem a ter mais filhotes por prole, proles menos espaçadas etc., para aproveitar a estação favorável à reprodução que é mais curta nessas regiões. Esta taxa reprodutiva mais alta tende a levar a maiores taxas de crescimento populacional, e estas por sua vez tendem a levar a flutuações populacionais seguindo ciclos mais longos nas latitudes mais altas – que é precisamente o que acontece.

No hilariante programa radiofônico de Douglas Adams na BBC britânica, *"The Hitchhiker's Guide to the Galaxy"*, o personagem principal ansiosamente interroga o supercomputador Deep Thought, que demorou vinte bilhões de anos para responder à "grande questão da Vida, do Universo, e de Tudo", e agora finalmente tem a resposta.

"Certo", diz Deep Thought, "a resposta à grande questão..."

"Sim...!"

"Da Vida, do Universo e de Tudo...", diz Deep Thought.

"Sim...!"

"É..." diz Deep Thought, e fez uma pausa.

"Sim...!"

"É..."

"Sim...!!...?"

"Quarenta e dois."

"Quarenta e dois ???"

"Quarenta e dois."

"Mas... O que você quer dizer, quarenta e dois ?"

"A resposta é quarenta e dois. Agora... qual é a pergunta ?"

Talvez seja pelo mesmo motivo que a grande questão de Elton não pôde ser respondida apesar de décadas de esforço dele e de tantos outros ecólogos igualmente brilhantes. Com sua ênfase nas diferenças qualitativas entre populações cíclicas e não-cíclicas, a pergunta não deixava margem para perceber que a diferença poderia ser apenas quantitativa. É provável que Elton e seus seguidores não tenham podido achar a resposta simplesmente porque a pergunta que tinham não estava correta. Mas agora, com o caos determinístico, um insuspeitado e maravilhoso mundo novo se abre diante da ecologia de populações.