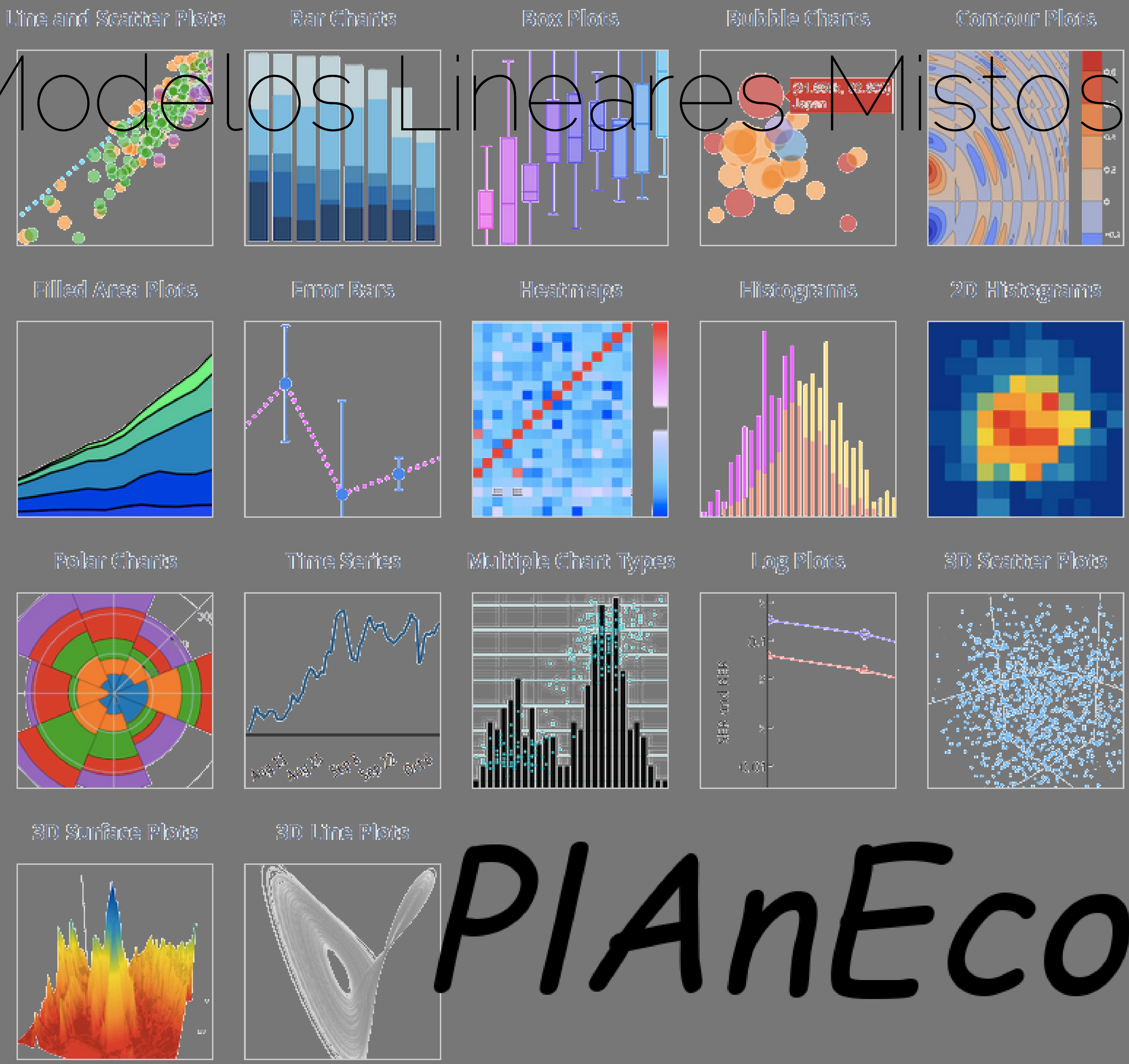
Modelos Lineares Mistos

unificação metodológica

Alexandre Adalardo de Oliveira

PlanECO 2018

Modelos Lineares Mistos



PlAnEco

Testes Clássicos

Resposta	Preditoras	Teste	Hipótese
Categórica	Categórica	Qui-quadrado	independência
Contínua	Categórica(2)	Teste-t	$\mu_1 = \mu_2$
Contínua	Categórica (>2)	Anova	$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$
Contínua	1 Contínua	Regressão	$\beta_1 = 0$
Contínua	>1 Contínua	Reg. múltipla	$\beta_1 = 0; \beta_n = 0$
Contínua	Cont + Cat	Ancova	$\beta_1 = \beta_2; \alpha_1 = \alpha_2$
Proporção	Contínua	Reg. Logística	$logit(\beta_1) = 1$

- independência entre observações
- distribuição dos resíduos: normal

Modelos Lineares (LM)

Características:

- resposta: variável contínua
- preditora: múltiplas (contínuas, discretas, fator)
  - fator: variável indicadora (nível basal no intercepto)
- simplificação do modelo: F (razão da variância)

Premissas:

- relação linear: $y = \alpha + \beta x$
- estrutura dos resíduos: $N(0, \sigma)$
- independência entre observações

Modelos Lineares Generalizados (GLM)

Características:

- resposta: contagem, proporção ou binária
- função de ligação: preditor linear
- simplificação do modelo: X^2 ou F

Premissas:

- relação linearizável
- estrutura dos resíduos: binomial, poisson, gama…
- independência entre observações

Modelos Lineares Mistos:

Variáveis preditoras: fixas e aleatórias

- incorporam dependência entre observações
  - espaço
  - tempo
- desenho em bloco
- aninhado

Efeito (Fator) Aleatório: agrupamento de observações

- preditora aleatória: $N(\mu, \sigma^2_{entre})$
- não há interesse em interpretá-la (pode ter!)
- o nível se repete para observações (correlação)
- dependência entre observações
- depende da sua pergunta

Efeito Aleatório

Box 13.1 WHEN TO TREAT A PREDICTOR VARIABLE AS A RANDOM EFFECT

You may want to treat a predictor variable as a random effect if you:

- don't want to test hypotheses about differences between responses at particular levels of the grouping variable;
- do want to quantify the variability among levels of the grouping variable;
- do want to make predictions about unobserved levels of the grouping variable;
- do want to combine information across levels of the grouping variable;
- have variation in information per level (number of samples or noisiness);
- have levels that are randomly sampled from/representative of a larger population;
- have a categorical predictor that is a nuisance variable (i.e., it is not of direct interest, but should be controlled for).

Cf. Crawley (2002); Gelman (2005)

If you have sampled fewer than five levels of the grouping variable, you should strongly consider treating it as a fixed effect even if one or more of the criteria above apply.

- Bolker(2015)

Definições: efeito aleatório

Frequentista

Modelos Mistos

- variáveis categóricas em que os níveis são amostras aleatórias da população

Bayesiana

Modelos hierarquicos

- variáveis em que os parâmetros são realizações de uma distribuição

Modelo Misto

Efeito aleatório no intercepto

$$y_{ij} = \bar{\alpha} + \beta x + \epsilon_j + \epsilon_{ij}$$

Efeito aleatório

$$\epsilon_j = N(0, \sigma^2_{entre})$$

Resíduo

$$\epsilon_{ij} = N(0, \sigma^2_{intra})$$

Variância total

$$\sigma^2_{total} = \sigma^2_{entre} + \sigma^2_{intra}$$

Modelo hierárquicos

$$y_{ij} = \alpha_j + \beta_j x + \epsilon ij$$

Efeito Randômico

$$\alpha_j = N(\bar{\alpha}, \sigma^2_{alpha})$$

e/ou

$$\beta_j = N(\bar{\beta}, \sigma^2_{beta})$$

Resíduo

$$\epsilon_{ij} = N(0, \sigma^2_{res})$$

Variância do LMM

Dependência entre observações:

- parte da variação total vai para entre grupos

$$\sigma^2_{total} = \sigma^2_{entre} + \sigma^2_{intra}$$

- correlação entre 2 observação de um mesmo grupo

$$\rho = \sqrt{\frac{\sigma^2_{entre}}{\sigma^2_{total}}}$$

- observações de grupos diferentes não são correlacionadas (independentes!)

Dependência entre observações

Verificar se espécies decíduas x perenes tem diferentes taxas de crescimento

- 5 espécies em cada grupo (decídua, perene)
- 10 indivíduos em cada espécie
- crescimento controlado pelo tamanho

Soluções:

1. Calcular a média para cada espécie e comparar as médias

2. Anova com efeito fixo crescimento e aleatório de espécies

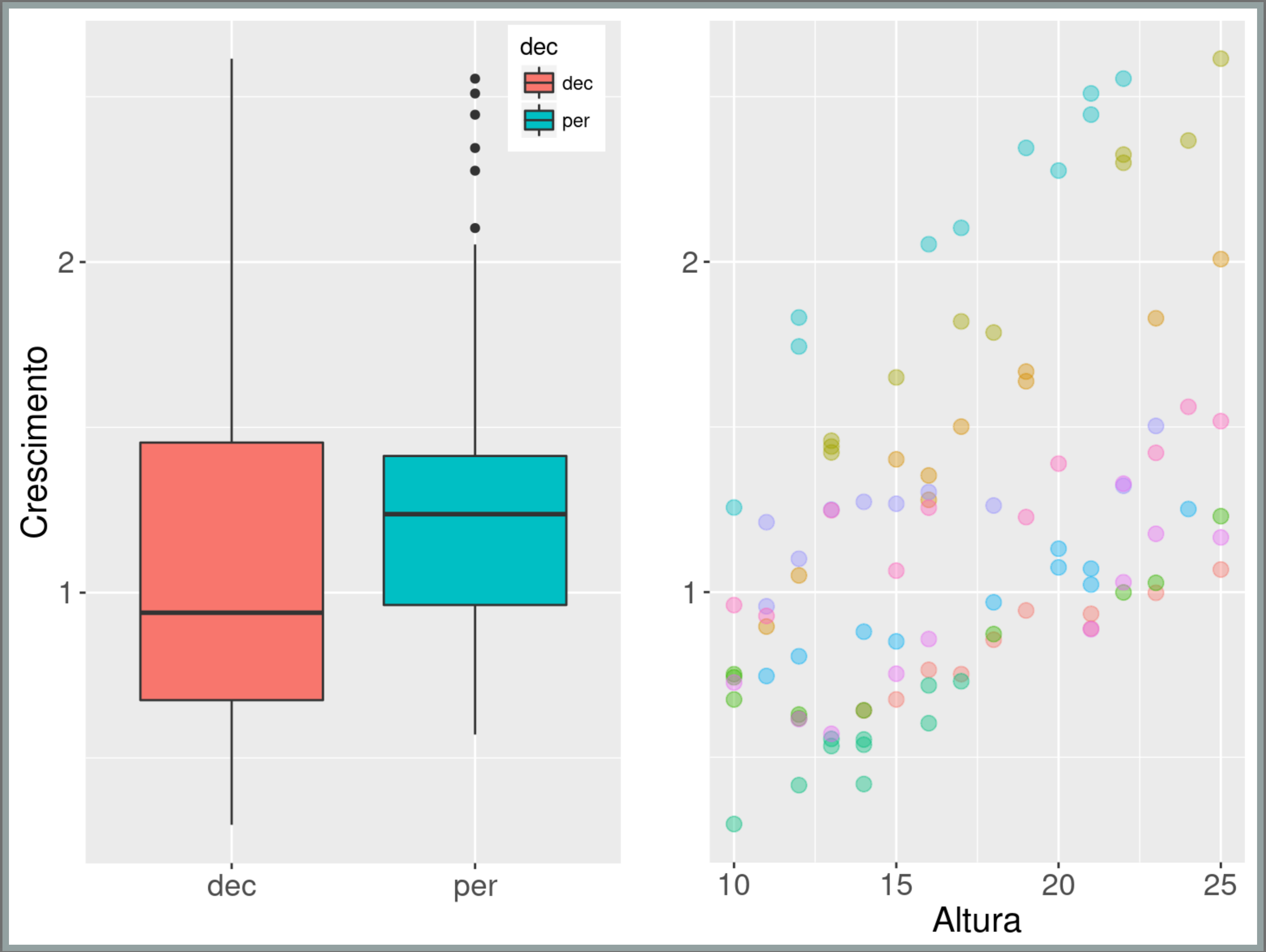
No segundo caso incorporamos:

- diminuição da incerteza dentro do grupo (espécies)
- menos dados independentes do que observações

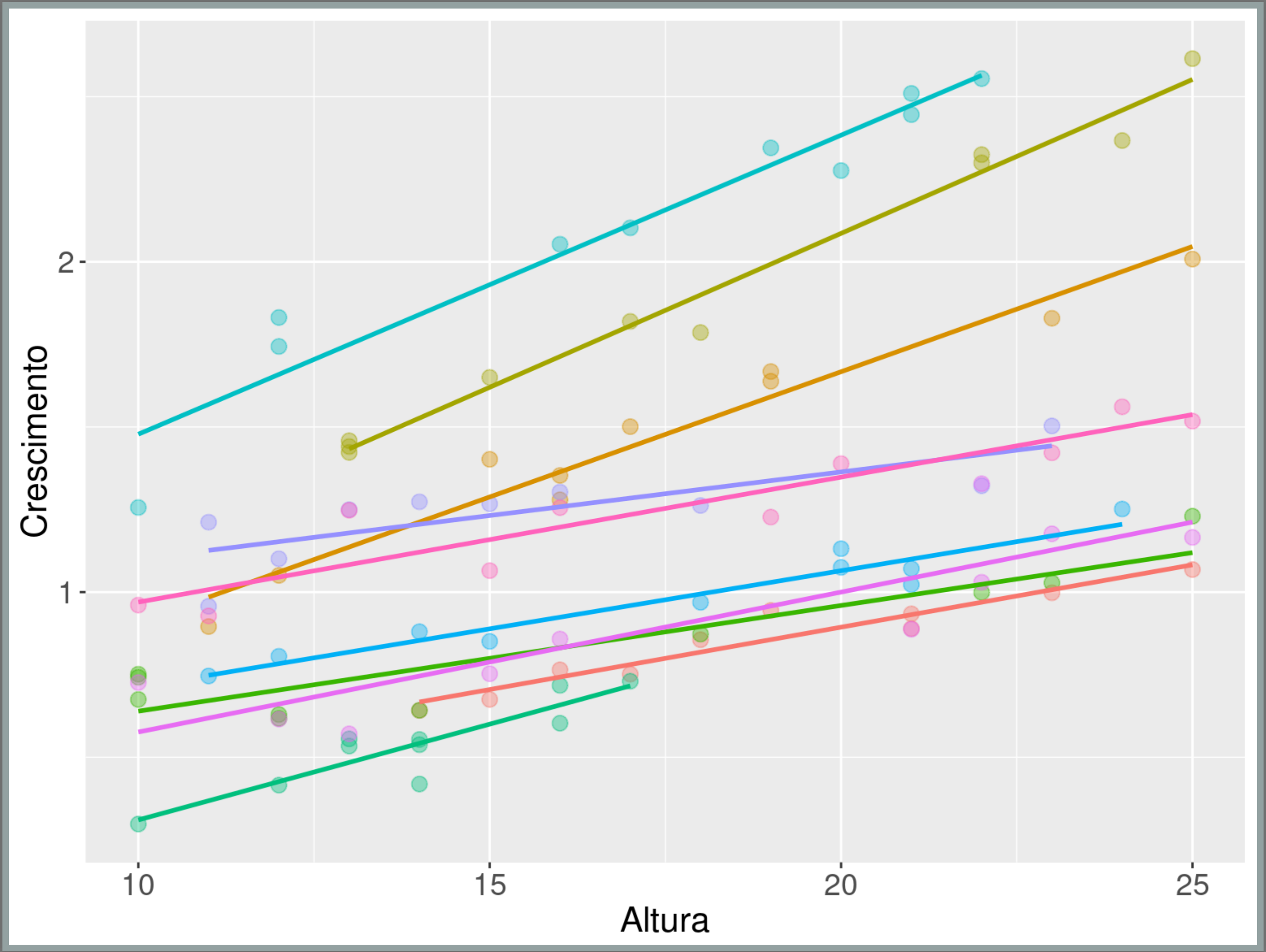
Exemplo: crescimento de árvores

cresc	sp	dec	alt
0.64	sp01	dec	14
0.75	sp01	dec	17
2.01	sp02	dec	25
1.44	sp03	dec	13
0.63	sp04	dec	12
0.55	sp05	dec	14
2.45	sp06	per	21
1.07	sp07	per	21
1.25	sp08	per	13
0.86	sp09	per	16

Crescimento de árvores



Diferentes Espécies



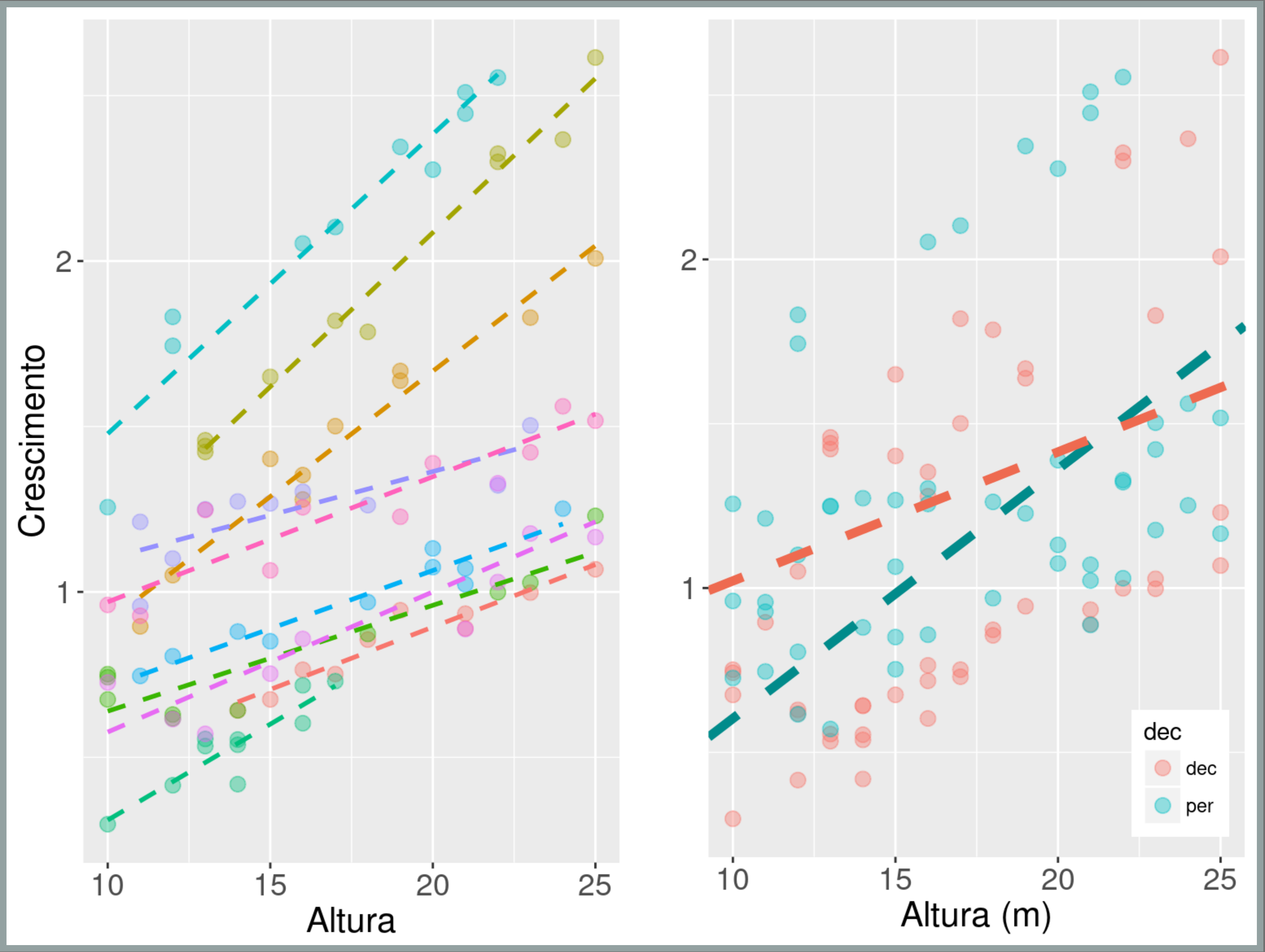
Modelo Linear Simples

```
##
## Call:
## lm(formula = cresc ~ alt * sp * dec, data = dad
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       M
## -0.221921 -0.042993 -0.006632  0.049369  0.2433
##
## Coefficients: (20 not defined because of singul
##                       Estimate Std. Error t value
## (Intercept)          1.387e-01  1.511e-01   0.918
## alt                  3.776e-02  7.870e-03   4.798
## spsp02               1.202e-02  1.892e-01   0.064
## spsp03               8.339e-02  1.877e-01   0.444
## spsp04               1.808e-01  1.706e-01   1.060
## spsp05              -4.084e-01  2.427e-01  -1.683
## spsp06               4.340e-01  1.888e-01   2.299
## spsp07               2.224e-01  1.910e-01   1.165
## spsp08               6.973e-01  1.839e-01   3.792
## spsp09               1.398e-02  1.804e-01   0.077
## spsp10               4.526e-01  1.786e-01   2.535
## decper                      NA         NA      NA
```

Modelo Linear Simples

```
##
## Call:
## lm(formula = cresc ~ alt + sp + dec, data = dad
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.49901 -0.09029 -0.00374  0.08075  0.35015
##
## Coefficients: (1 not defined because of singula
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t
## (Intercept) -0.110632   0.073375  -1.508  0.135
## alt          0.050953   0.003146  16.194  < 2e-
## spsp02       0.691668   0.060994  11.340  < 2e-
## spsp03       1.101669   0.060826  18.112  < 2e-
## spsp04       0.134515   0.061666   2.181  0.031
## spsp05      -0.061143   0.062789  -0.974  0.332
## spsp06       1.356294   0.061079  22.206  < 2e-
## spsp07       0.194196   0.060923   3.188  0.001
## spsp08       0.565906   0.061720   9.169 1.68e-
## spsp09       0.109734   0.060867   1.803  0.074
## spsp10       0.471219   0.060923   7.735 1.52e-
## decper             NA         NA      NA
```

LM: desconsidera espécie



LM: desconsidera espécie

```
##
## Call:
## lm(formula = cresc ~ alt + dec + alt:dec, data
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -0.6731 -0.3533 -0.1294  0.2737  1.0620
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|
## (Intercept) -0.15569    0.25488  -0.611    0.542
## alt          0.07589    0.01467   5.172 1.27e-0
## decper       0.78504    0.35938   2.184    0.031
## alt:decper  -0.03665    0.02048  -1.789    0.076
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.0
##
## Residual standard error: 0.4656 on 96 degrees o
## Multiple R-squared:  0.2845, Adjusted R-squared
## F-statistic: 12.72 on 3 and 96 DF,  p-value: 4.
```

LM: desconsidera espécie

Simplificando o modelo

```
## Analysis of Variance Table
##
## Model 1: cresc ~ alt + dec + alt:dec
## Model 2: cresc ~ alt + dec
##   Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F  Pr(>F)
## 1     96 20.807
## 2     97 21.501 -1  -0.69379 3.201 0.07675 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.0
```

LM: desconsidera espécie

```
##
## Call:
## lm(formula = cresc ~ alt + dec, data = dados)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -0.6349 -0.3800 -0.1749  0.3577  1.0281
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|
## (Intercept)  0.15991    0.18605   0.859   0.392
## alt          0.05708    0.01035   5.513 2.91e-0
## decper       0.16404    0.09423   1.741   0.084
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.0
##
## Residual standard error: 0.4708 on 97 degrees o
## Multiple R-squared:  0.2606, Adjusted R-squared
## F-statistic: 17.09 on 2 and 97 DF,  p-value: 4.
```

LM: desconsidera espécie

Simplifica o modelo

```
## Analysis of Variance Table
##
## Model 1: cresc ~ alt
## Model 2: cresc ~ alt + dec
##   Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F  Pr(>F)
## 1     98 22.173
## 2     97 21.501  1   0.67183 3.0309 0.08486 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.0
```

Modelo Linear Simples

Simplifica o modelo

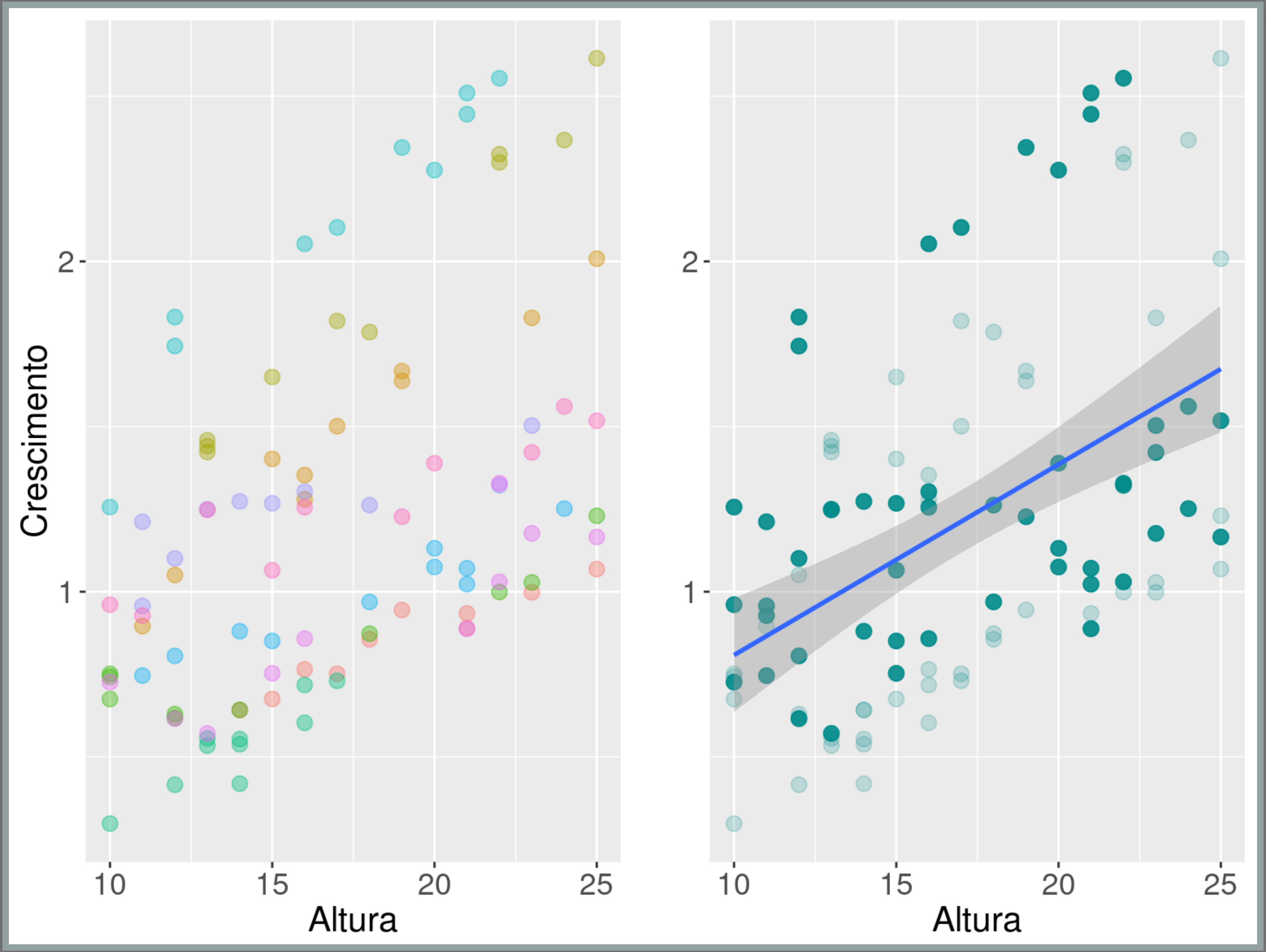
```
## Analysis of Variance Table
##
## Model 1: cresc ~ 1
## Model 2: cresc ~ alt
##   Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F    Pr(>F)
## 1     99 29.079
## 2     98 22.173  1    6.9067 30.526 2.716e-07 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.0
```

Modelo Linear Simples

Modelo Mínimo Adequado

```
##
## Call:
## lm(formula = cresc ~ alt, data = dados)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -0.6201 -0.4005 -0.1092  0.2928  1.0665
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|
## (Intercept)  0.23052    0.18345   1.257     0.21
## alt          0.05775    0.01045   5.525 2.72e-0
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.0
##
## Residual standard error: 0.4757 on 98 degrees o
## Multiple R-squared:  0.2375, Adjusted R-squared
## F-statistic: 30.53 on 1 and 98 DF,  p-value: 2.
```

Modelo Linear Simples



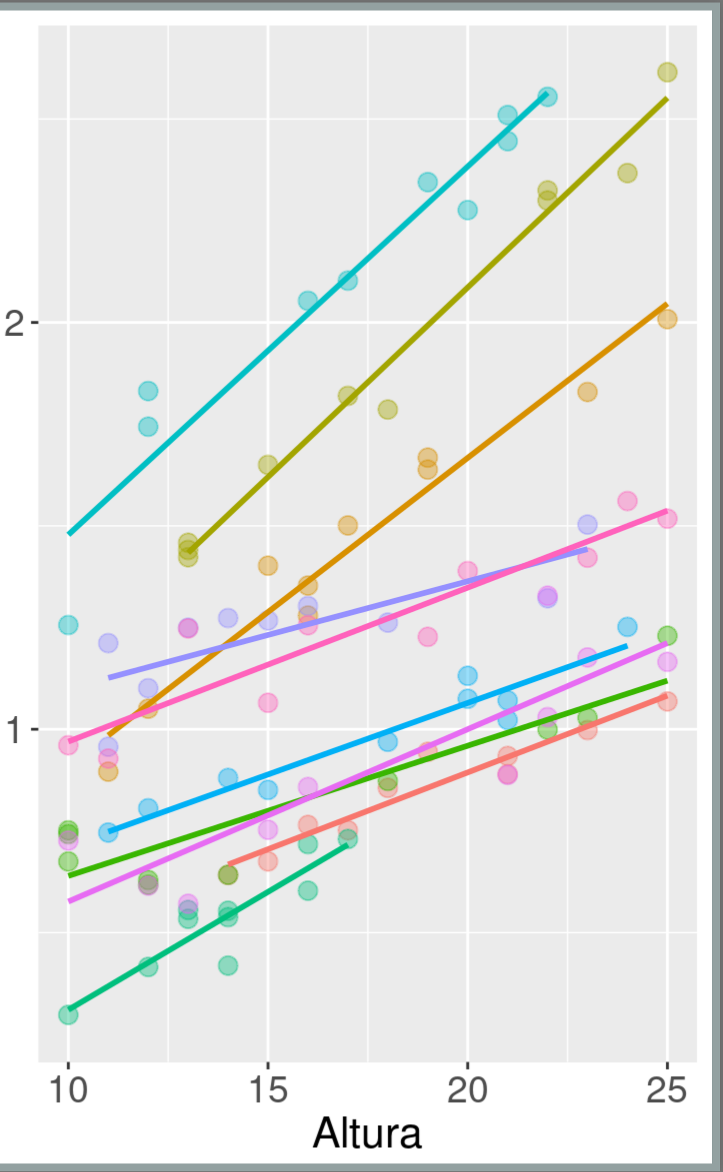
Modelo Linear Simples

```
##
## Call:
## lm(formula = cresc ~ alt + dec, data = dados)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -0.6349 -0.3800 -0.1749  0.3577  1.0281
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|
## (Intercept)  0.15991    0.18605   0.859    0.392
## alt          0.05708    0.01035   5.513 2.91e-0
## decper       0.16404    0.09423   1.741    0.084
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.0
##
## Residual standard error: 0.4708 on 97 degrees o
## Multiple R-squared:  0.2606, Adjusted R-squared
## F-statistic: 17.09 on 2 and 97 DF,  p-value: 4.
```

Não há diferença entre árvores decíduas e perenes

Procedimento em duas estapas

- Modelo Linear para cada espécie




```r
lmsp1 <- lm(cres~alt,
            data= arv,
            subset =
  arv$sp==sp1)
lmsp2 <- lm(cres~alt,
            data= arv,
            subset =
  arv$sp==sp2)
...
```

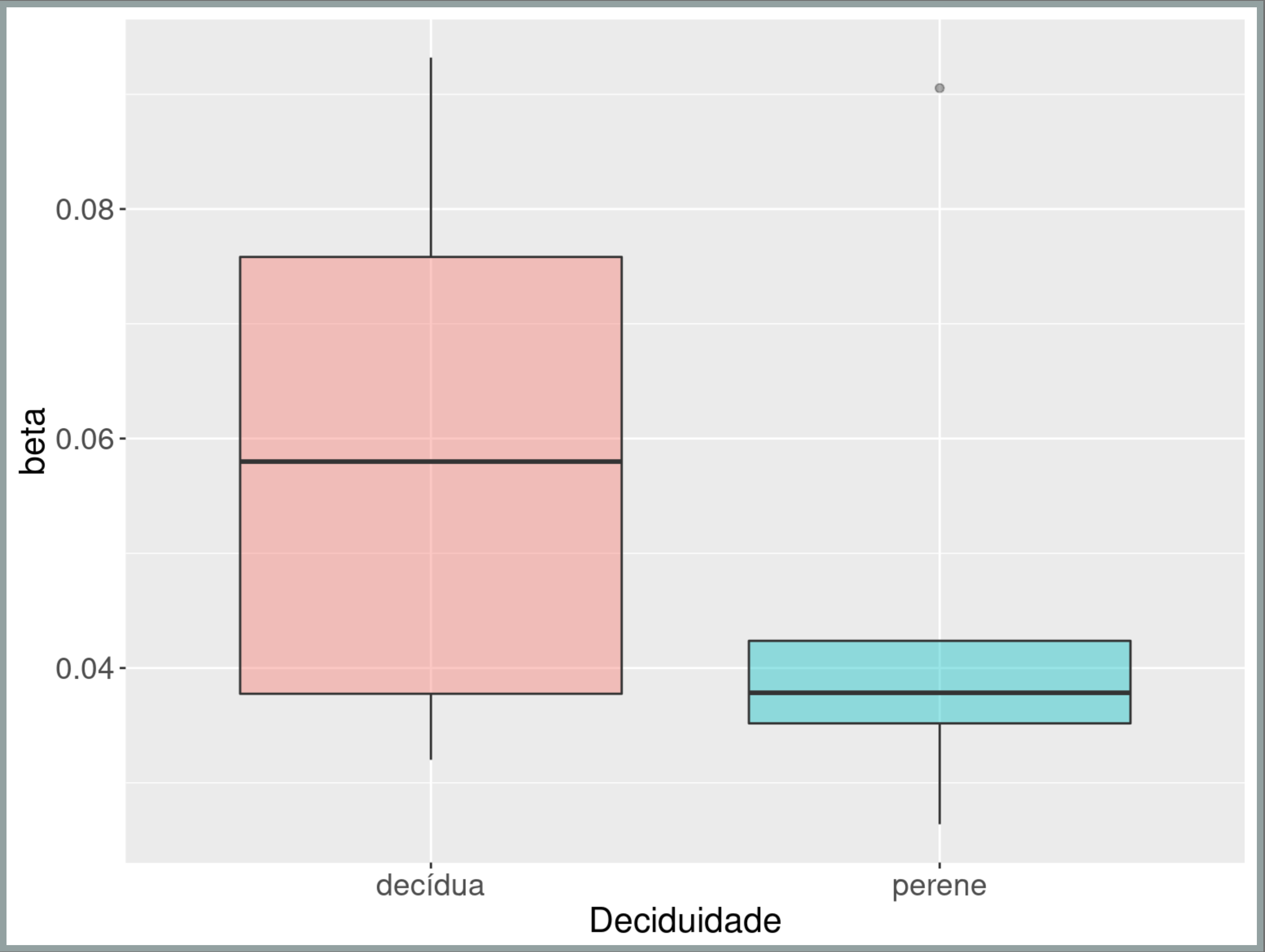
Coeficientes do LM

sp	decid	alpha	beta
sp01	decídua	0.14	0.04
sp02	decídua	0.15	0.08
sp03	decídua	0.22	0.09

sp	decid	alpha	beta
sp04	decídua	0.32	0.03
sp05	decídua	-0.27	0.06
sp06	perene	0.57	0.09
sp07	perene	0.36	0.04
sp08	perene	0.84	0.03
sp09	perene	0.15	0.04
sp10	perene	0.59	0.04

Modelo Linear dos coeficientes

`lm(beta ~ decid)`


0.08
0.06
0.04
beta
decídua
perene
Deciduidade

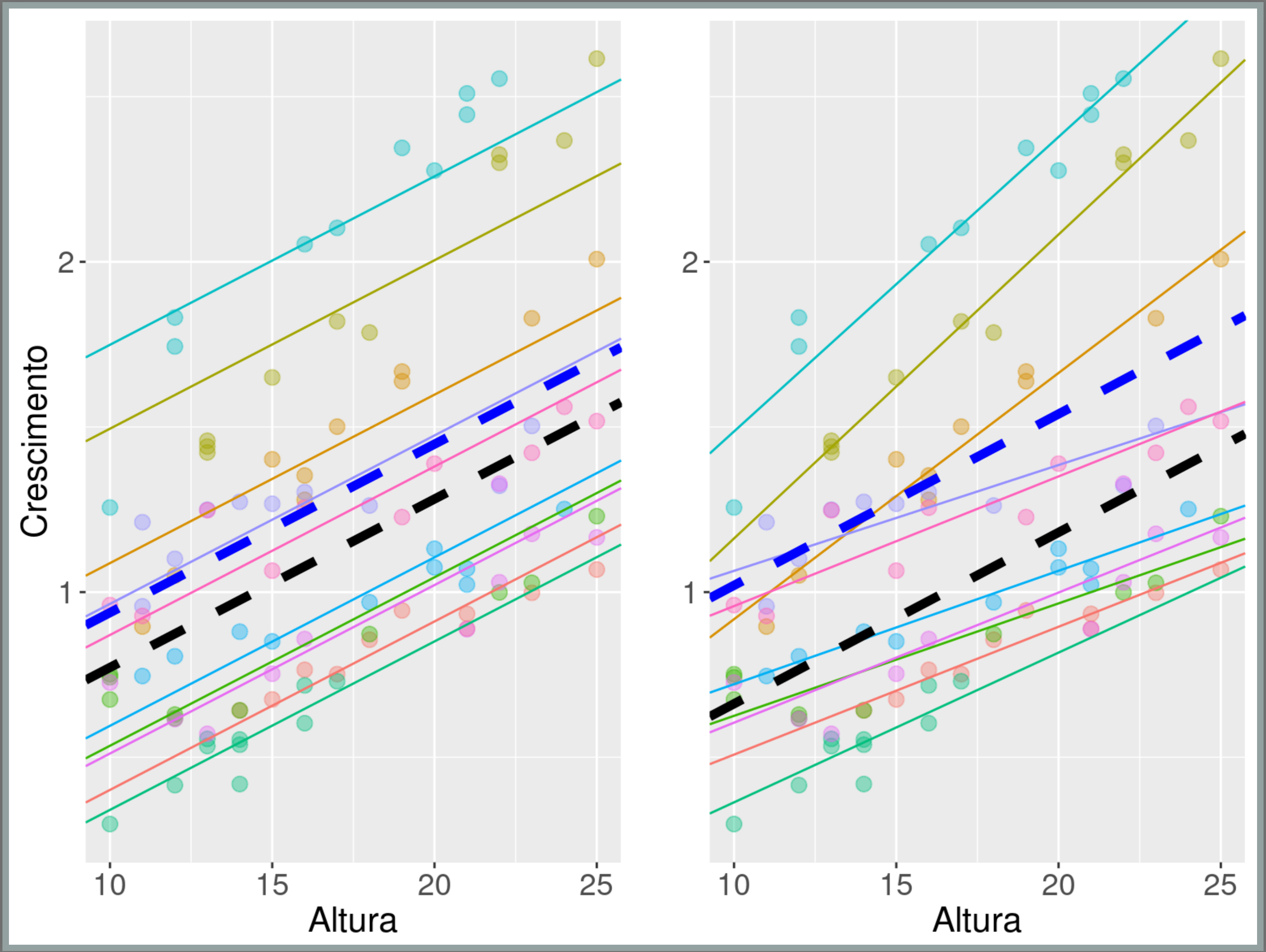
Comparando coeficientes

```
##
## Call:
## lm(formula = beta ~ decid, data = coefdados)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       M
## -0.027354 -0.017877 -0.006357  0.012011  0.0440
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|
## (Intercept)  0.05936    0.01140   5.207 0.00081
## decidperene -0.01289    0.01612  -0.800 0.44696
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.0
##
## Residual standard error: 0.02549 on 8 degrees o
## Multiple R-squared:  0.07403,   Adjusted R-squ
## F-statistic: 0.6395 on 1 and 8 DF,  p-value: 0.
```

Não há diferença entre decíduas e perenes

Apenas tamanho afeta o crescimento

Modelo Misto: opções



Modelos Mistos: dados

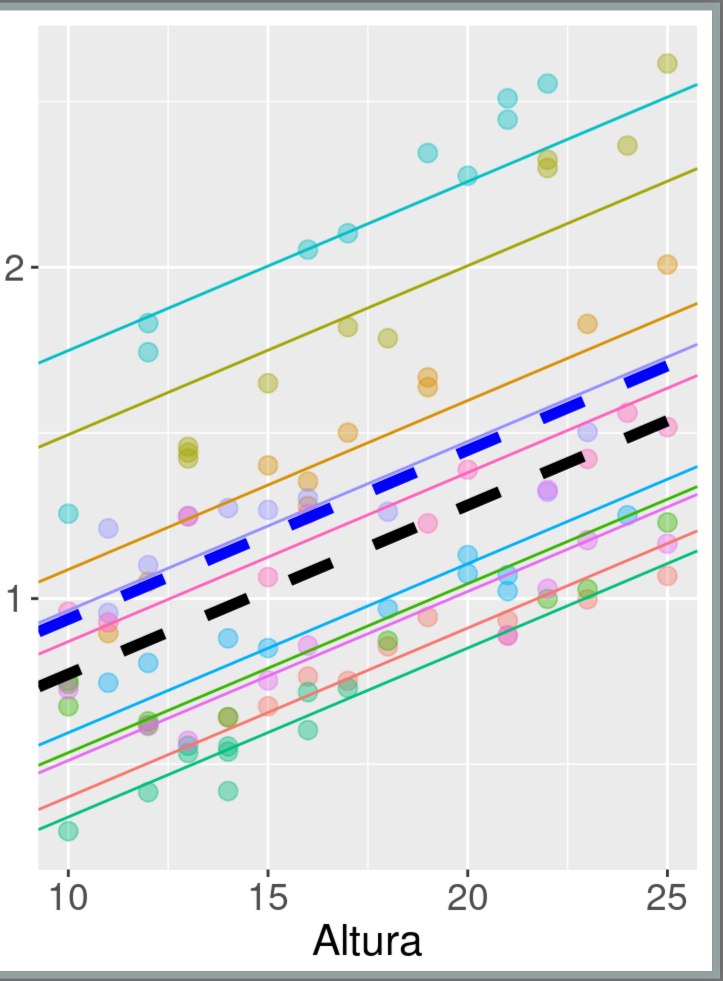
cresc	sp	dec	alt
0.63	sp04	dec	12
0.42	sp05	dec	12
1.06	sp10	per	15
2.45	sp06	per	21
0.86	sp09	per	16
0.81	sp07	per	12
2.10	sp06	per	17
1.39	sp10	per	20
0.74	sp04	dec	10
0.62	sp04	dec	12
0.75	sp09	per	15
1.74	sp06	per	12
0.72	sp05	dec	16
1.50	sp08	per	23
0.67	sp04	dec	10

- 10 espécies
  - 10 indivíduos por sp
    - crescimento
    - altura

100 observações

Modelo Misto: intercepto

```
lmer(cresc ~ alt + dec + (1|sp), data =
  arv)
```



Modelo Médi

$$y = \bar{\alpha} + \beta_1 x_1 +$$
$$\epsilon_{sp} =$$
$$\alpha_{sp} =$$

Modelo Cond

Modelo Misto: intercepto

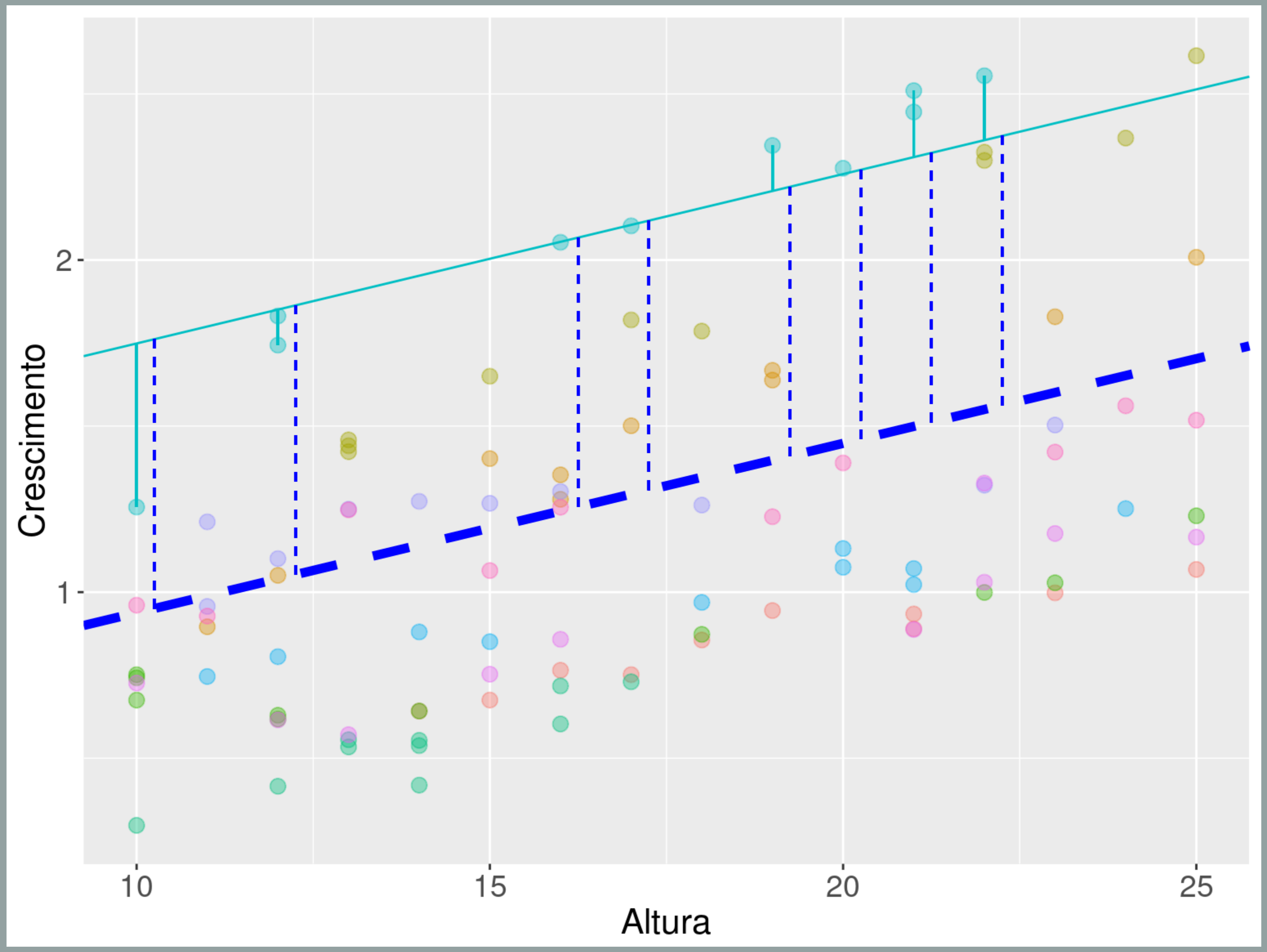
$$cr_{ij} = \alpha_{sp_j} + \beta_1 al$$

$$y = \bar{\alpha} + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \epsilon_{sp} + \epsilon_{res}$$

```
## Linear mixed model fit by REML ['lmerMod']
## Formula: cresc ~ alt + dec + (1 | sp)
##    Data: dados
##
```

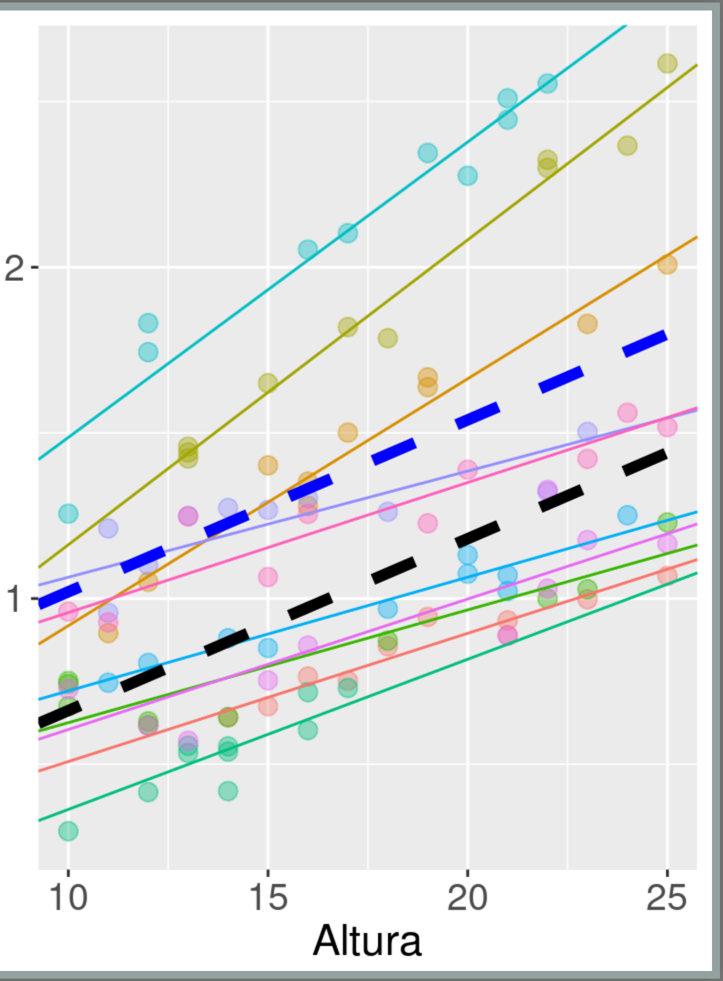
```
## REML criterion at convergence: -57.3
##
## Scaled residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -3.6242 -0.6882 -0.0167  0.5874  2.6134
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance Std.Dev.
##  sp       (Intercept) 0.24734  0.4973
##  Residual             0.01847  0.1359
## Number of obs: 100, groups:  sp, 10
##
## Fixed effects:
##             Estimate Std. Error t value
## (Intercept) 0.261866   0.229397   1.142
## alt         0.051003   0.003145  16.216
## decper      0.166111   0.315716   0.526
```

Resíduos do modelo: sp06



Modelo Misto: inclinação

```
lmer(cresc ~ alt + dec + (alt|sp), data
  = arv)
```



Modelo Médi

$y = \bar{\alpha} +$

$\beta_{sp} =$

$\alpha_{sp} =$

ϵ_{total} composto

Modelo Cond

Modelo Misto: inclinação

$cr_{ij} = \alpha_{sp_j} + \beta_{sp_j} a$

$$y = (\bar{\alpha} + \epsilon_{sp}) + (\bar{\beta_1} + \epsilon_{sp:alt})x_1 + \beta_2 x_2 + \epsilon_{res_{ij}}$$

```
## Linear mixed model fit by REML ['lmerMod']
## Formula: cresc ~ alt + dec + (alt | sp)
```

```
##    Data: dados
##
## REML criterion at convergence: -130
##
## Scaled residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.73002 -0.53247 -0.05236  0.58671  2.97258
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance  Std.Dev. Corr
##  sp       (Intercept) 0.0416332 0.20404
##           alt         0.0005977 0.02445  0.07
##  Residual             0.0071124 0.08433
## Number of obs: 100, groups:  sp, 10
##
## Fixed effects:
##             Estimate Std. Error t value
## (Intercept) 0.143124   0.107106   1.336
## alt         0.051887   0.008027   6.464
```

Modelo Misto: comparando efeitos aleatórios

efeito aleatório: (alt|sp) ou (1|sp)

```
## Data: dados
## Models:
## lmint: cresc ~ alt + dec + alt:dec + (1 | sp)
## lmincl: cresc ~ alt + dec + alt:dec + (alt | sp
##        Df      AIC     BIC logLik deviance  Chi
## lmint   6  -40.971 -25.340 26.486  -52.971
## lmincl  8 -108.018 -87.176 62.009 -124.018 71.0
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.0
```

Modelo Misto: simplificando o efeito fixo

```
## refitting model(s) with ML (instead of REML)
```

```
## Data: dados
## Models:
## lmmsp02: cresc ~ alt + dec + (alt | sp)
## lmincl: cresc ~ alt + dec + alt:dec + (alt | sp
##         Df     AIC     BIC logLik deviance  Chi
## lmmsp02  7 -129.42 -111.18 71.710   -143.42
## lmincl   8 -127.90 -107.06 71.952   -143.90 0.48
```

Modelo Misto: simplificando o efeito fixo

```
## refitting model(s) with ML (instead of REML)
```

```
## Data: dados
## Models:
## lmmsp01: cresc ~ alt + (alt | sp)
## lmmsp02: cresc ~ alt + dec + (alt | sp)
##         Df     AIC     BIC logLik deviance  Chi
## lmmsp01  6 -125.98 -110.35 68.993  -137.99
## lmmsp02  7 -129.42 -111.18 71.710  -143.42 5.43
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.0
```

Modelo Misto: mínimo adequado

```
## Linear mixed model fit by REML ['lmerMod']
## Formula: cresc ~ alt + dec + (alt | sp)
##    Data: dados
##
## REML criterion at convergence: -130
##
## Scaled residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.73002 -0.53247 -0.05236  0.58671  2.97258
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance  Std.Dev. Corr
##  sp       (Intercept) 0.0416332 0.20404
##           alt         0.0005977 0.02445  0.07
##  Residual             0.0071124 0.08433
## Number of obs: 100, groups:  sp, 10
##
## Fixed effects:
##             Estimate Std. Error t value
## (Intercept) 0.143124   0.107106   1.336
## alt         0.051887   0.008027   6.464
## decper      0.358508   0.148248   2.418
```

- crescimento de espécies perenes é ~ 3x maior
- variação interespecífica é muito maior que a intra

Modelo Misto: IC estimativas

```
confint(lmmsp02)

## Computing profile confidence intervals ...
##                   2.5 %     97.5 %
## .sig01       0.08251205 0.33202034
## .sig02      -0.59514950 0.74758168
## .sig03       0.01512005 0.03955789
## .sigma       0.07280424 0.09924726
## (Intercept) -0.06911760 0.34939049
## alt          0.03518604 0.06819191
## decper       0.06878725 0.65592544
```

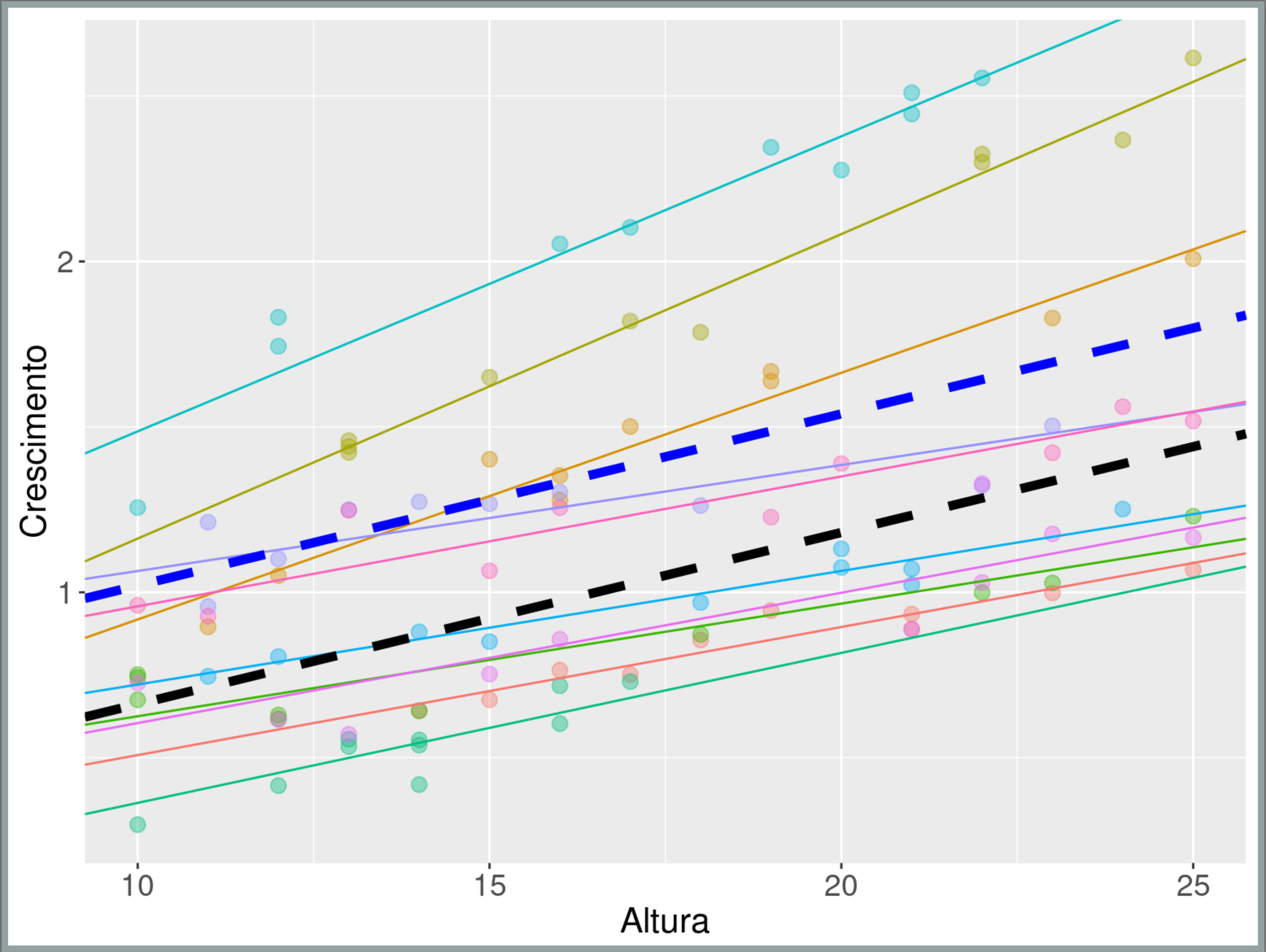
$$y = \bar{\alpha} + \bar{\beta}x + \epsilon_{res}$$

$$\alpha_{sp} = N(\bar{\alpha}, \sigma_{\alpha})$$

$$\beta_{sp} = N(\bar{\beta}, \sigma_{\beta})$$

$$\epsilon_{res} = N(0, \sigma_{res})$$

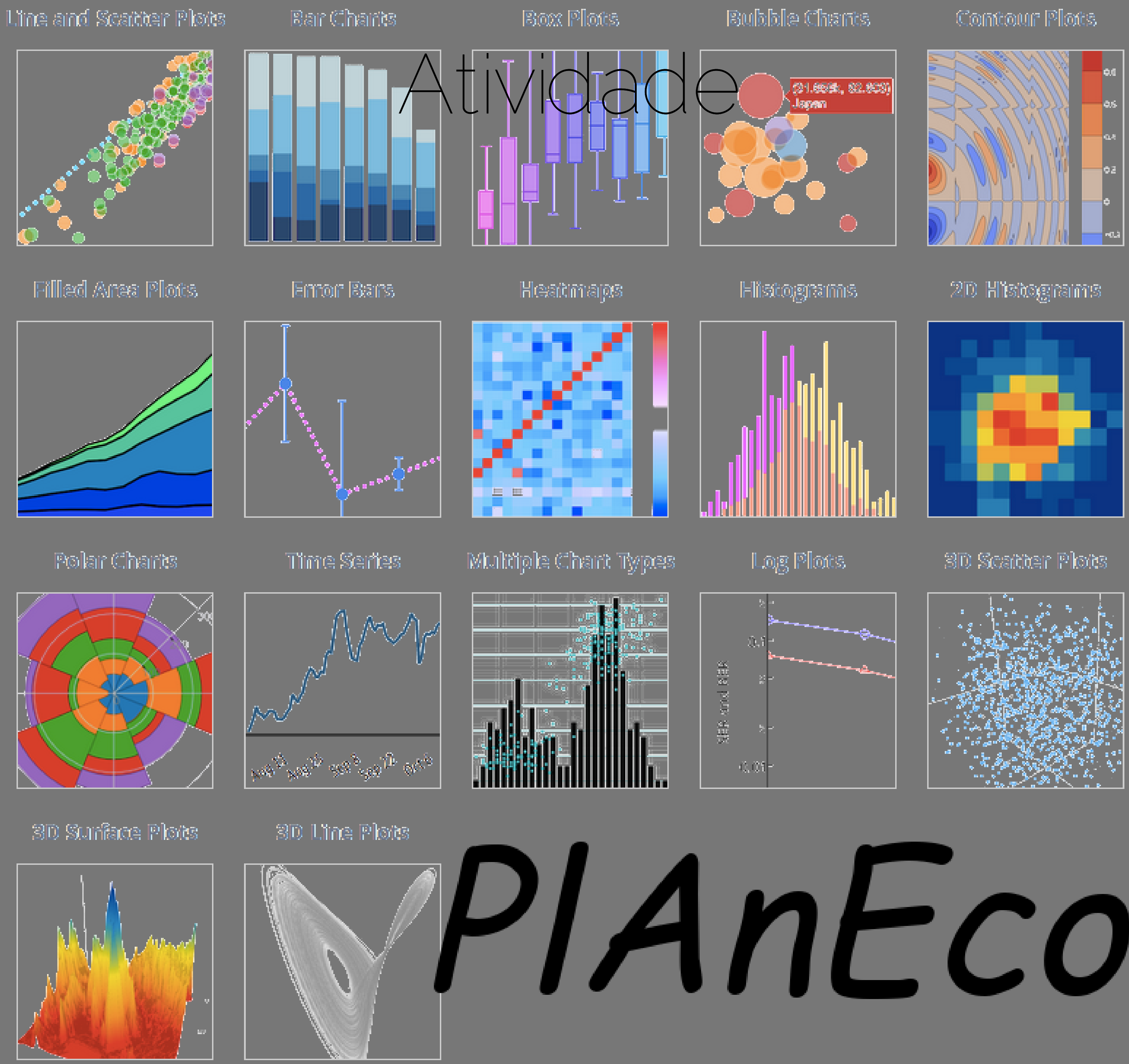
Modelo: crescimento de árvores



Modelo Mistos: uma abordagem

1. Parta do modelo com efeitos fixos e aleatórios "cheio"
2. Simplifique a estrutura aleatória:
   - retenha a estrutura aleatória minima adequada
   - mantenha termos associada ao desenho experimental (correlação entre amostras)
   - comparação com anova usando REML: refit= FALSE
3. Definido a estrutura do efeito aleatório:
   - simplifique a estrutra fixa do modelo
   - retenha as variáveis e interações minimas adequadas
   - use comparação por anova com ML (padrão)
4. Diagnóstico do Modelo
   - resíduos: homogeneidade, normalidade

Atividade



PlAnEco

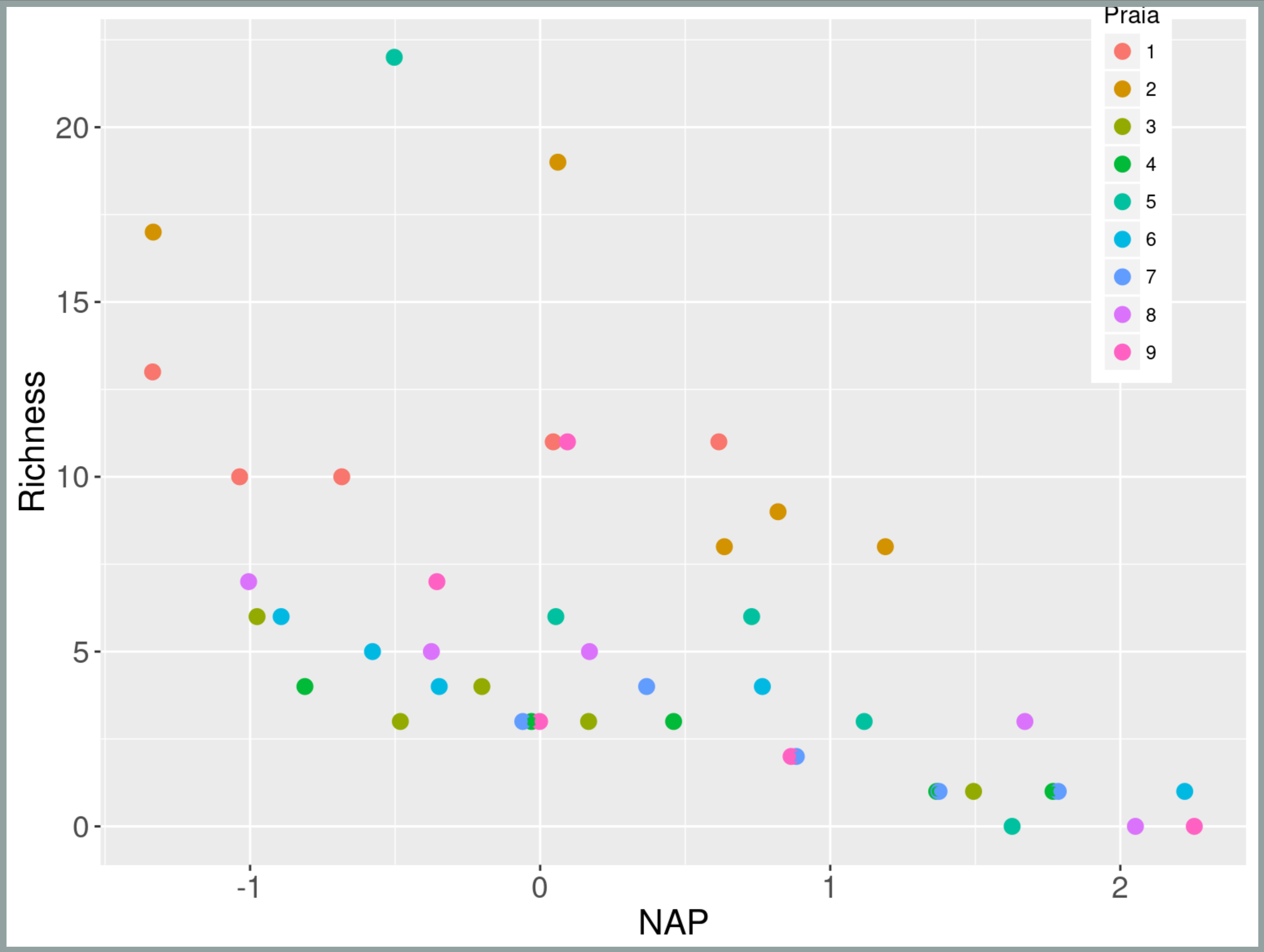
Atividade: riqueza na praia

A riqueza da macrofauna varia em função da altura e exposição da praia

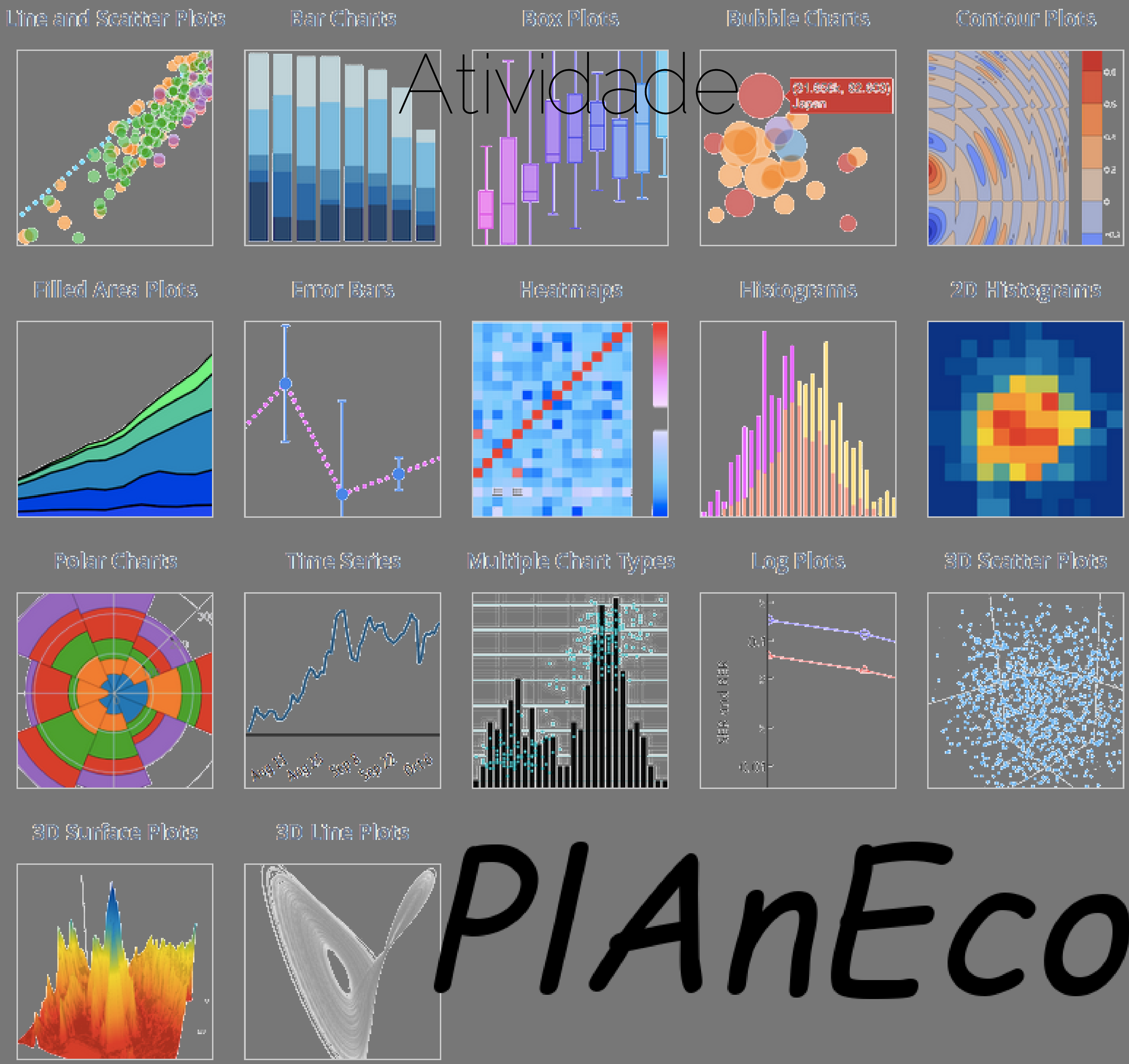
- 45 observações
- 9 praias
  - NAP: contínuo, altura em relação ao NMM
- fExp: 2 níveis de exposição da praia (10 , 11)

Sample	Beach	Richness	NAP	Praia	fExp
1	1	11	0.045	1	10
6	2	8	1.190	2	10
11	3	6	-0.976	3	11
16	4	1	1.768	4	11
21	5	3	1.117	5	10
26	6	5	-0.578	6	11
31	7	2	0.883	7	11
36	8	3	1.671	8	10
41	9	7	-0.356	9	10

LMM: riqueza na praia



Atividade



PlAnEco

LMM: riqueza da praia

Comparando efeitos aleatórios

```r
lmm00s <- lmer(Richness ~ NAP*fExp + (NAP|Beach),
  data=praia, REML =  FALSE)
lmm00i <- lmer(Richness ~ NAP*fExp + (1|Beach),
  data=praia, REML =  FALSE)
anova(lmm00i, lmm00s, refit= FALSE)
```

```
## Data: praia
## Models:
## lmm00i: Richness ~ NAP * fExp + (1 | Beach)
## lmm00s: Richness ~ NAP * fExp + (NAP | Beach)
##        Df    AIC    BIC  logLik deviance  Chisq
## lmm00i  6 242.11 252.95 -115.06   230.11
## lmm00s  8 243.22 257.67 -113.61   227.22 2.8925
```

LMM: modelo mínimo adequado

Comparando modelos mistos

- os modelos devem ser comparados por "ML"
- devem ser apresentados com "RML"

```
lmm01p <- lmer(Richness ~ NAP + fExp + NAP:fExp +
  (1|Beach), data=praia)
lmm02p <- lmer(Richness ~ NAP + fExp +
  (1|Beach), data=praia)
anova(lmm01p, lmm02p)
```

```
## refitting model(s) with ML (instead of REML)
```

```
## Data: praia
## Models:
## lmm02p: Richness ~ NAP + fExp + (1 | Beach)
## lmm01p: Richness ~ NAP + fExp + NAP:fExp + (1 |
##        Df    AIC    BIC  logLik deviance  Chisq
## lmm02p  5 244.76 253.79 -117.38   234.76
## lmm01p  6 242.11 252.95 -115.06   230.11 4.6454
```

```
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.0
```

LMM: resultado do modelo

```r
summary(lmm01p)
```

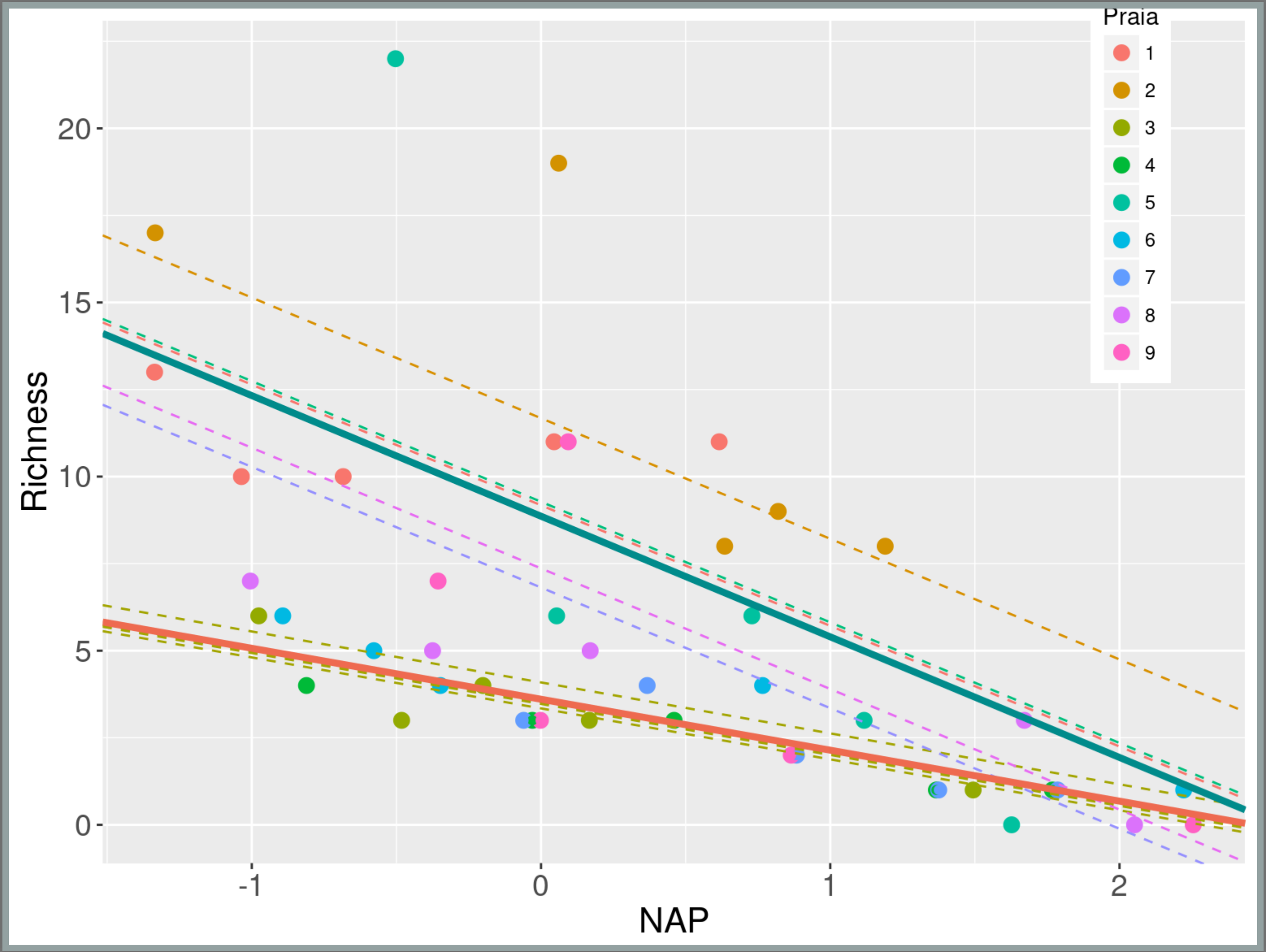
```
## Linear mixed model fit by REML ['lmerMod']
## Formula: Richness ~ NAP + fExp + NAP:fExp + (1
##    Data: praia
##
## REML criterion at convergence: 224.5
##
## Scaled residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -1.4849 -0.4161 -0.0770  0.1521  3.7313
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance Std.Dev.
##  Beach    (Intercept) 3.307    1.819
##  Residual             8.660    2.943
## Number of obs: 45, groups:  Beach, 9
##
## Fixed effects:
##             Estimate Std. Error t value
## (Intercept)   8.8611     1.0208   8.680
## NAP          -3.4637     0.6279  -5.517
## fExp11       -5.2556     1.5452  -3.401
```

LMM: resultado do modelo

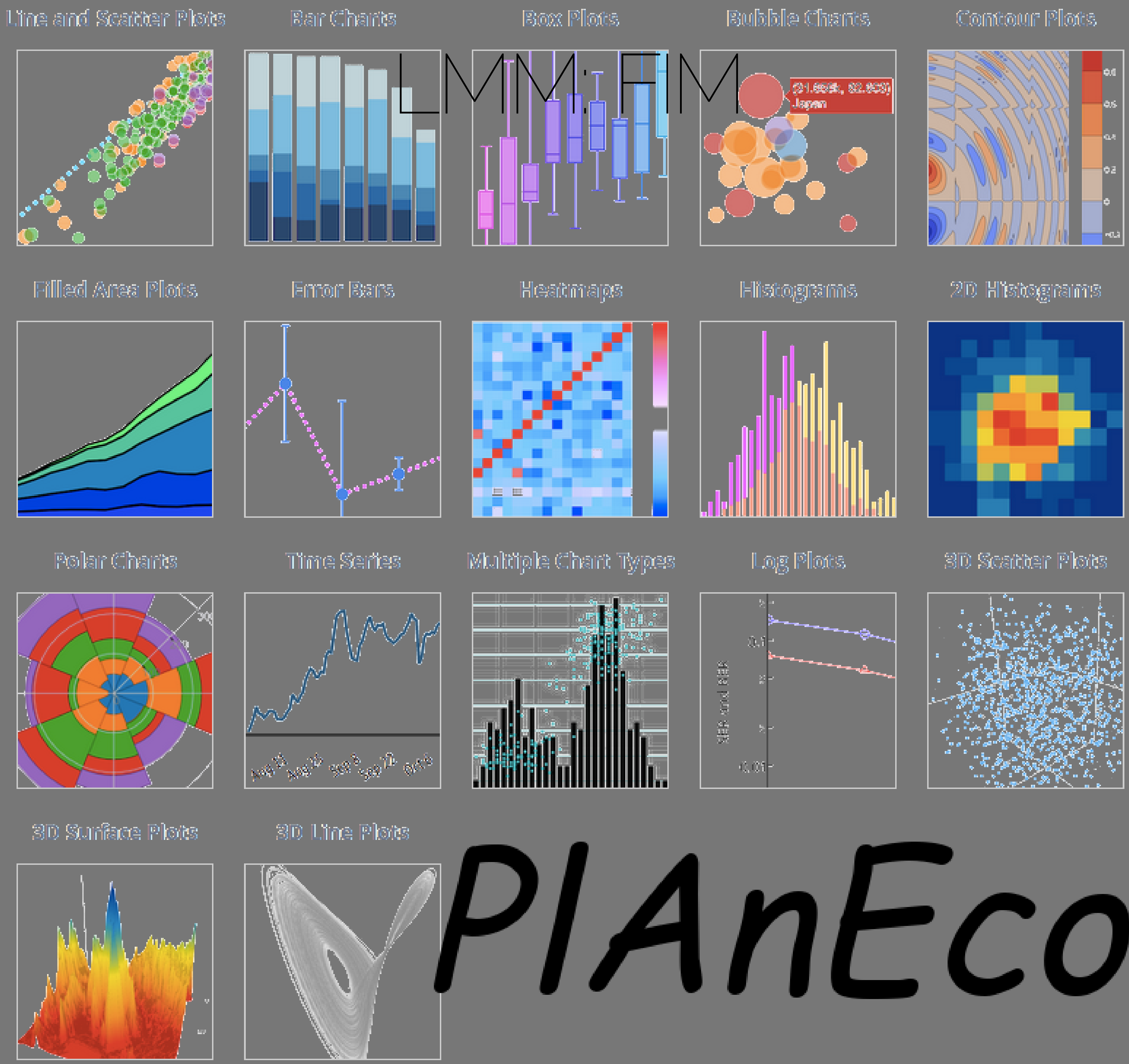
```
confint(lmm01p)

## Computing profile confidence intervals ...
##                   2.5 %    97.5 %
## .sig01         0.0000000  3.145294
## .sigma         2.3114668  3.681773
## (Intercept)    6.9045813 10.804288
## NAP           -4.7299177 -2.275315
## fExp11        -8.1969707 -2.303772
## NAP:fExp11     0.1919491  3.877650
```

LMM: resultado do modelo



LMM: FIM



PlAnEco